



## TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería de la Energía

# **ESTUDIO DE LA PROPULSIÓN DE UN PROTOTIPO DE BARCO MEDIANTE UNA TURBINA AUTORROTANTE**



Autor:	Pazo Rodríguez, María
Director:	Buenestado Caballero, Pablo
Departamento	MA III
Co-Director:	Puerta Coll, Francisco Javier
Convocatoria:	Junio 2018



## Resumen

El presente trabajo se basa en el estudio de un diseño de rotor autorrotante que genere empuje empleando el mismo principio de funcionamiento del autogiro, introducido por el ingeniero Juan de la Cierva, en 1920. Para la concepción del diseño se define un modelo aerodinámico, teniendo en cuenta los parámetros de diseño del mecanismo rotor, posicionamiento sobre la embarcación propuesta y funcionamiento.

Posteriormente, se atestigua el paradigma elaborado con una herramienta de software matemático, MATLAB, cotejando de esta forma los fundamentos teóricos tratados con un cálculo preciso.

## Abstract

The present work is based on the study of a design of a autogyro rotor that generates pushback using the same operating principle of the gyroplane, introduced by the engineer Juan de la Cerva in 1920. For the design, an aerodynamic model is defined, taking into account the design parameters of the rotor mechanism, the positioning of the proposed vessel and its functioning.

Subsequently, the paradigm developed with the mathematical software tool, MATLAB, is attested by comparing the theoretical foundations approached with a rigorous calculation.



## Agradecimientos

Me gustaría comenzar estos agradecimientos haciendo referencia a mis padres. Ellos son las personas que más me han ayudado, aconsejado, valorado y querido a lo largo de mi vida, y si no contase con ellos, yo no llegaría a ser la persona que soy actualmente.

En segundo lugar, quería agradecerles a todas esas personas con las que me he cruzado a lo largo de mis estudios, que llevaban tatuada en el corazón la palabra 'compañerismo', gracias a ellos mi camino hasta donde estoy ahora ha sido mucho más fácil y satisfactorio.

Quiero agradecerle a la Universidad de Vigo el haberme permitido crecer en ella, tanto personalmente, como académicamente durante estos últimos cuatro años. Asimismo, darles las gracias a todos los profesores que formaron parte de mi aprendizaje.

Por otro lado, quiero agradecerle a la Universidad Politécnica de Catalunya la oportunidad que me ha dado este año de beca. Gracias a ello, he podido realizar este proyecto fin de grado.

Finalmente, quiero agradecerle a mi tutor, Francisco Xavier Puerta, el haberme brindado la ocasión de realizar este estudio junto a él. Igualmente, me gustaría agradecerle la ayuda que me ha ofrecido durante el desarrollo de este proyecto.





## CONTENIDO

Documento 01: Memoria

Anexo 01. Programación







## TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería de la Energía

# **ESTUDIO DE LA PROPULSIÓN DE UN PROTOTIPO DE BARCO MEDIANTE UNA TURBINA AUTORROTANTE**



## DOCUMENTO 01

### Memoria

Autor:	Pazo Rodríguez, María
Director:	Buenestado Caballero, Pablo
Departamento	MA III
Co-Director:	Puerta Coll, Francisco Javier
Convocatoria:	Junio 2018



## INDICE

<b>CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN, MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS .....</b>	<b>17</b>
1.1. INTRODUCCIÓN .....	17
1.2. MOTIVACIÓN .....	18
1.3. OBJETIVOS .....	22
<b>CAPITULO 2: APROVECHAMIENTO DE LA ENERGÍA EÓLICA.....</b>	<b>27</b>
2.1. COMETA DE REMOLQUE .....	27
2.2. VELA .....	28
2.3. ROTOR FLETTNER .....	31
2.4. TURBINAS EÓLICAS .....	32
2.4.1. TURBINAS DE EJE VERTICAL.....	33
2.4.2. TURBINAS DE EJE HORIZONTAL.....	36
<b>CAPITULO 3: FUNDAMENTOS FÍSICOS DE UNA TURBINA.....</b>	<b>39</b>
3.1. FLUIDODINÁMICA .....	39
3.1.1. EL VIENTO .....	40
3.1.1.1 CORRIENTES DE VIENTO .....	40
3.1.1.2 MEDICIONES DEL VIENTO .....	41
3.2. FUNDAMENTOS AERODINÁMICOS DE UN PERFIL .....	42
3.2.1. PERFILES AERODINÁMICOS .....	42
3.2.2. VARIACIÓN DE LA SUSTENTACIÓN Y LA RESISTENCIA .....	46
3.2.3. PARÁMETROS ADIMENSIONALES .....	47
3.2.4. CAPA LÍMITE.....	50
3.3. FENÓMENO DE AUTORROTACIÓN .....	52
<b>CAPITULO 4: MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA TURBINA.....</b>	<b>57</b>
4.1. PAR DE FUERZAS GENERADA .....	63
4.2. FUERZA DE ARRASTRE GENERADA .....	65
<b>CAPITULO 5: ESTUDIO DEL MODELO AERODINÁMICO SOBRE LA EMBARCACIÓN.....</b>	<b>67</b>
5.1. FUERZAS AERODINÁMICAS.....	67
5.2. APLICACIÓN DE MATLAB SOBRE EL MODELO AERODINÁMICO .....	74
<b>CAPITULO 6: CONCLUSIONES .....</b>	<b>103</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>105</b>
<b>ANEXO 01.....</b>	<b>111</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. CENTROS DE COOPERACIÓN DE LA TECNOLOGÍA MARÍTIMA .....	18
FIGURA 2. FUNDAMENTOS FÍSICOS DEL ALA DE UN AVIÓN.....	19
FIGURA 3. FUNDAMENTOS FÍSICOS PROPULSIÓN MEDIANTE VELA. ....	19
FIGURA 4. SLATS Y FLAPS EN ALA DE AVIÓN Y VELA DE PROA POPA EN EL VELERO. ....	20
FIGURA 5. AERONAVE IDEADA POR JUAN DE LA CIERVA.....	21
FIGURA 6. REPRESENTACIÓN DE LAS FUERAS SOBRE UN AVIÓN EN EL DESPEGUE.....	22
FIGURA 7. PROTOTIPO ROTOR AUTORROTANTE.....	23
FIGURA 8. REPRESENTACIÓN DEL ÁNGULO ENTRE EL EJE DEL ROTOR Y EL PLANO DEL MAR ( $S_m$ ). ....	24
FIGURA 9. REPRESENTACIÓN DE LAS FUERZAS DE EMPUJE Y ESCORA, Y ÁNGULO FORMADO ENTRE EL ÁNGULO DE ATAQUE DEL ROTOR CON EL VIENTO ( $H$ ). ....	25
FIGURA 10. ZONAS DE INCIDENCIA DEL VIENTO SOBRE EL COMETA DE REMOLQUE (A. OLIVEIRA, 2014) .....	28
FIGURA 11. COMETAS DE REMOLQUE INSTALADOS EN EMBARCACIONES.....	28
FIGURA 12. EMBARCACIÓN CON VELAS CUADRADAS .....	29
FIGURA 13. EMBARCACIÓN CON TIPO DE VELA PARA PROPULSIÓN DE GRANDES EMBARCACIONES .....	30
FIGURA 14. EMBARCACIÓN CON VELAS TRAPEZOIDALES .....	30
FIGURA 15. EMBARCACIÓN CON VELA TRIANGULAR.....	30
FIGURA 16. EFECTO MAGNUS SOBRE ROTOR FLETTNER EN UNA EMBARCACIÓN. ....	31
FIGURA 17. BUCKAU (NOVIEMBRE 1924). ....	32
FIGURA 18. ESTRUCTURA TURBINA EÓLICA SAVONIUS. ....	33
FIGURA 19. TURBINA EÓLICA SAVONIUS. (YU-JEN CHEN, 7 MAYO 2016) .....	34
FIGURA 20. TURBINA EÓLICA DARRIEUS.....	34
FIGURA 21. ESQUEMA TURBINA EÓLICA DARRIEUS CON FUENTE DE ALIMENTACIÓN EXTERNA.....	35
FIGURA 22. TURBINA EÓLICA GIROMILL.....	36
FIGURA 23. ORIENTACIÓN DEL AEROGENERADOR A BARLOVENTO Y SOTAVENTO.....	38
FIGURA 24. REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA PARA LA DEDUCCIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA Y POTENCIAL DE UNA CORRIENTE DE VIENTO.....	40
FIGURA 25. EQUIVALENCIA ENTRE ESCALA BEAUFORT, NUDOS Y M/S. ....	41
FIGURA 26. NOMENCLATURA PERFIL ALAR. ....	43
FIGURA 27. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES Y PRESIONES SOBRE UN PERFIL ALAR.....	43
FIGURA 28. FUERZA DE PRESIÓN RESULTANTE SOBRE EL PERFIL ALAR.....	44
FIGURA 29. CARACTERÍSTICAS PERFIL AERODINÁMICO. ....	45
FIGURA 30. N° DE STROUHAL - N° DE REYNOLDS RELACIÓN PARA CILINDROS CIRCULARES. ....	48
FIGURA 31. SEPARACIÓN DEL FLUJO EN LA CAPA LÍMITE. ....	51
FIGURA 32. VARIACIÓN COEFICIENTE DE RESISTENCIA EN FUNCIÓN DEL N° DE REYNOLDS. ....	52
FIGURA 33. MECANISMO SOBRE EL QUE SE SITUAN LOS ÁLABES.....	53
FIGURA 34. FENÓMENO DE AUTORROTACIÓN SOBRE UN PERFIL ALAR.....	54
FIGURA 35. TRIEDRO DE ROTACIÓN ASOCIADO AL ÁLABE.....	58

FIGURA 36. SECCIÓN DE ESTUDIO.....	59
FIGURA 37. REPRESENTACIÓN PARÁMETROS SOBRE LA SECCIÓN DE ESTUDIO.....	61
FIGURA 38. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL ÁNGULO $V_A$ .....	62
FIGURA 39. MOMENTO PAR DE FUERZAS.....	64
FIGURA 40. REPRESENTACIÓN EN PLANTA DEL ROTOR DE ESTUDIO.....	68
FIGURA 41. VELOCIDAD APARENTE.....	69
FIGURA 42. REPRESENTACIÓN DE LAS FUERZAS DE EMPUJE Y ESCORA, Y ÁNGULO FORMADO ENTRE EL ÁNGULO DE ATAQUE DEL ROTOR CON EL VIENTO (H).....	69
FIGURA 43. REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE LAS FUERZAS GENERADAS EN EL ÁLABE.....	72
FIGURA 44. (A) RUMBO DE CEÑIDA (B) RUMBO A TRAVÉS (C) RUMBO DE ALETA.....	73
FIGURA 45. PERFIL AERODINÁMICO NACA 8-H-12 ROTORCRAFT AIRFOIL.....	74
FIGURA 46. PARA $G=135^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	87
FIGURA 47. PARA $G=120^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	88
FIGURA 48. PARA $G=90^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	89
FIGURA 49. PARA $G=60^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	90
FIGURA 50. PARA $G=30^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	91
FIGURA 51. PARA $G=0^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	92
FIGURA 52. (A) RPM VS ÁNGULO DE ATAQUE, H (B) ELEVACIÓN DE LOS ÁLABES VS ÁNGULO DE ATAQUE, H (C) ESCORA VS ÁNGULO DE ATAQUE, H.....	93
FIGURA 53. PARA $G=150^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	94
FIGURA 54. PARA $G=135^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	95
FIGURA 55. PARA $G=120^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	96
FIGURA 56. PARA $G=90^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	97
FIGURA 57. PARA $G=60^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	98
FIGURA 58. PARA $G=30^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	99
FIGURA 59. PARA $G=0^\circ$ (A) FUERZA DRIVE VS ÁNGULO APERTURA, H. (B) FUERZA SIDE VS ÁNGULO DE APERTURA, H. ....	100
FIGURA 60. (A) RPM VS ÁNGULO DE ATAQUE, H. (B) ESCORA VS ÁNGULO DE ATAQUE, H. (C) ELEVACIÓN DE LOS ÁLABES VS ÁNGULO DE ATAQUE, H.....	101
FIGURA 61. PAR DE FUERZAS GENERADA VS REVOLUCIONES POR MINUTO DEL ROTOR.....	102

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. VALORES PARA $G=135^\circ$ , $S=30^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	87
TABLA 2. VALORES PARA $G=120^\circ$ , $S=30^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	88
TABLA 3. VALORES PARA $G=90^\circ$ , $S=30^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	89
TABLA 4. VALORES PARA $G=60^\circ$ , $S=30^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	90
TABLA 5. VALORES PARA $G=30^\circ$ , $S=30^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	91
TABLA 6. VALORES PARA $G=0^\circ$ , $S=30^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	92
TABLA 7. VALORES PARA $G=150^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	94
TABLA 8. VALORES PARA $G=135^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	95
TABLA 9. VALORES PARA $G=120^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	96
TABLA 10. VALORES PARA $G=90^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	97
TABLA 11. VALORES PARA $G=60^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	98
TABLA 12. VALORES PARA $G=30^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	99
TABLA 13. VALORES PARA $G=0^\circ$ , $S=60^\circ$ Y $W=20$ M/S.....	100





## CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN, MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

### 1.1. INTRODUCCIÓN

Todos los sectores están estudiando la manera de ser más limpios, ecológicos y eficientes en el uso de la energía. La energía es importante para todos, y todos desempeñamos un apreciable papel en la configuración de su futuro.

El transporte marítimo, en el ámbito mundial, es el medio mediante el cual se trasladada a personas o mercancías a bordo de una embarcación por vía marítima. Se estima que alrededor del 90% de la carga internacional se transporta en barcos, convirtiéndose así en el medio de transporte más empleado en el comercio universal, según la **Cámara de Navegación Internacional** (International Chamber of Shipping, 2018).

Conforme el informe de la **Conferencia de las Naciones Unidas sobre Comercio y Desarrollo** (*United Nations Conference on Trade and Development, UNCTAD*) 2017, el comercio marítimo creció un 2,6% en 2016, alcanzando las 10.300 Mt. Aunque este porcentaje se encuentra por debajo del promedio histórico del 3%, las previsiones a medio plazo entre 2017 y 2022, apuntan a un crecimiento anual compuesto del 3,2% (United Nations, 2017).

La **Organización Marítima Internacional** (*International Maritime Organization, IMO*), ha comenzado el pasado 3 abril sucesivas reuniones para lanzar nuevos proyectos e iniciativas con el propósito de llevar al sector marítimo hacia una nueva era de operaciones de bajas emisiones de carbono, mediante la fomentación de las tecnologías y operaciones de eficiencia energética. Las estimaciones dicen que las emisiones de dióxido de carbono podrían reducirse en un 75% aplicando medidas operacionales e implantando tecnologías existentes.

Una de las iniciativas que está impulsando el rumbo del sector marítimo hacia un futuro bajo en emisiones de carbono, y por lo tanto, más limpio y ecológico, es el proyecto GMN. Se están uniendo centros de cooperación de tecnología marítima (MTCC) en distintas regiones a nivel mundial. En la Figura XX, se pueden observar los centros cinco inaugurados, que están desarrollando y llevando a cabo iniciativas y proyectos para la fomentación de

las tecnologías y operaciones de eficiencia energética. Estos MTCC están situados en África, Asia, el Caribe, América Latina y el Pacífico (Organización Marítima Internacional, 2018).



Figura 1. Centros de Cooperación de la Tecnología Marítima

(International Chamber of Shipping, 2018).

El encarecimiento de los combustibles marinos y las normativas respecto a la reducción de CO<sub>2</sub> cada vez más estrictas, han provocado la búsqueda de nuevas tecnologías de propulsión de las embarcaciones.

Entre 2015 y 2040, se irán generando cambios en el sector transporte, vinculados con los tipos de energía empleados para la generación de electricidad, liderada por el gas natural y las energías renovables (Exxon Mobile Corporation, 2017). Las aplicaciones de energías renovables en barcos engloban opciones para la propulsión primaria, híbrida y/o auxiliar, así como el uso de energía a bordo y en tierra. Las posibles fuentes de energía renovables para aplicaciones marítimas incluyen el viento (por ejemplo, velas, rotores, cometas, turbinas eólicas convencionales y turbinas eólicas en vuelo).

## 1.2. MOTIVACIÓN

La motivación principal del presente proyecto se enfoca en el estudio de la posibilidad de propulsar una embarcación de recreo con un rotor bajo la aplicación del fenómeno de autorrotación, mejorando las limitaciones que muestran otros mecanismos, como las velas o las alas de un avión.

El principio físico mediante el cual una vela propulsa a un barco, es similar al principio por el cual el ala de un avión da sustentación al pasar el viento a través de ella. Ambos fenómenos se pueden observar en las siguientes figuras:

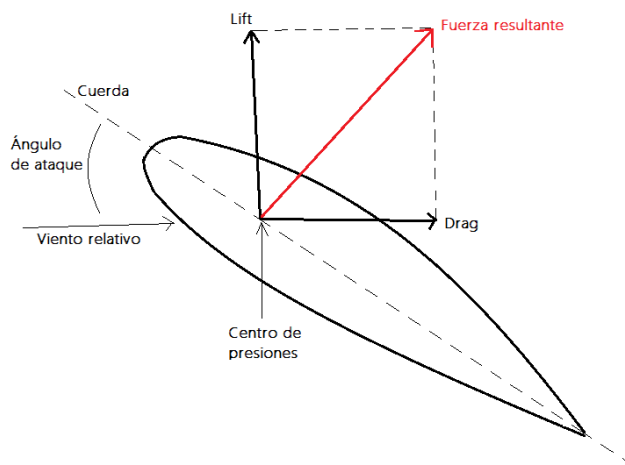


Figura 2. Fundamentos físicos del ala de un avión.

(Elaboración propia)

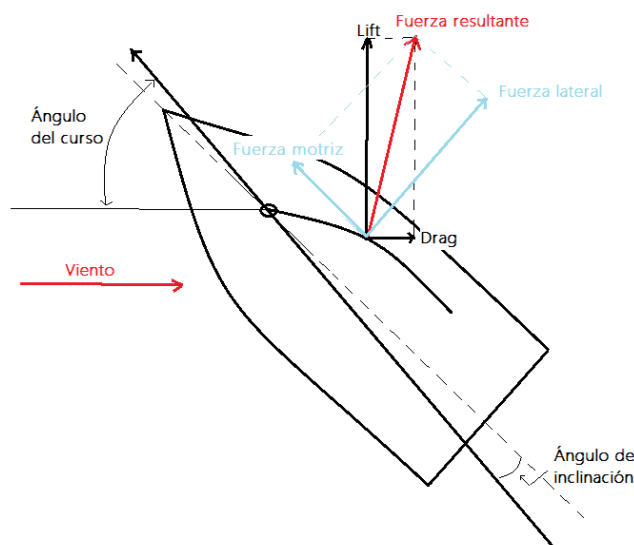


Figura 3. Fundamentos físicos propulsión mediante vela.

(Elaboración propia)

La laminaridad del flujo determina la efectividad de ambos mecanismos para obtener una fuerza "Lift" lo suficientemente elevada para sustentar el avión o propulsar el barco, dependiendo del caso. Lamentablemente, esto solo ocurre para ángulos de ataque 'pequeños'.

La transición de flujo laminar a turbulento a partir de cierto valor crítico de ángulo de ataque se explica con la teoría de "capa límite". Cuando se supera este punto de transición, ambos mecanismos se encuentran sometidos a varias dificultades. En el caso de un avión, se dice que `entra en pérdida`, y es la causa de la mayoría de accidentes aéreos, y en el caso de un barco, el efecto no es tan grave, pero la vela sufre una pérdida de potencia.

El ángulo de ataque compromete, por un lado, las operaciones de despegue y aterrizaje del avión, el cual debe maximizar su velocidad para generar una suficiente sustentación de las alas, y por otro, la efectividad de la vela del barco, que no tiene otra opción que trabajar en régimen turbulento cuando la dirección del viento es portante.

Una forma de atenuar estas limitaciones, se basa en emplear, como se denominan en aeronáutica `superficies hipersustentadoras`, slats y flaps para los aviones y velas de proa popa para los barcos (Figura 4).

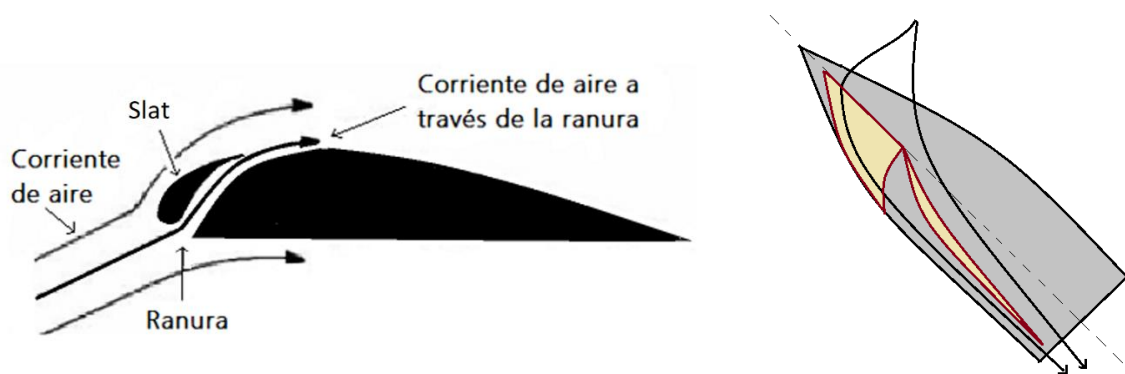


Figura 4. Slats y Flaps en ala de avión y vela de proa popa en el velero.

(Elaboración propia)

Ambos dispositivos aerodinámicos canalizan una corriente de aire hacia el extradós del ala o vela, que dificulta el desprendimiento de la capa límite, retrasando la aparición del punto de transición, y permitiendo ángulos de ataque mayores. Esta medida permite el aumento de la sustentación, pero hasta cierto punto, ya que es imposible que una vela trabaje en condiciones laminares cuando el viento lo recibe de popa.

En 1920, el ingeniero Juan de la Cierva ideó una aeronave denominada `autogiro` que funcionaba bajo el fenómeno de autorrotación. Dicha aeronave, podía desplazarse a

velocidades arbitrariamente pequeñas, al no tener ninguna limitación el ángulo de ataque con el que podía operar su sistema sustentador.



*Figura 5. Aeronave ideada por Juan de la Cierva.*

*(Carmelo, 2012)*

El autogiro se puede definir como la rotación continua de un cuerpo expuesto a una corriente de aire, y en ausencia de una potencia externa. Esta rotación se mantendrá hasta que las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre sus álabes den lugar a un par de rotación (torque) nulo. A esa velocidad de rotación, aparece una fuerza resultante que tiene una componente tangencial a la superficie (Drag) y una fuerza perpendicular a ella (Lift), de la misma forma que ocurre con el ala de un avión.

La disparidad entre ambas se encuentra en el ángulo de ataque, ya que si este aumenta, los álabes girarán más rápido de forma que en ningún caso puedan entrar en pérdida. De esta forma, el autogiro permite aterrizar prácticamente en vertical y despegar con una carrera muy corta a muy baja velocidad.

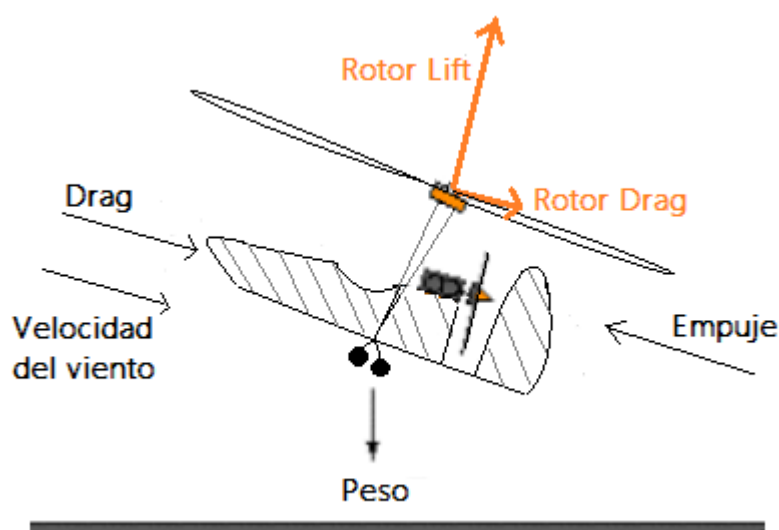


Figura 6. Representación de las fuerzas sobre un avión en el despegue.

(Elaboración propia)

El autogiro es simple, barato, seguro y puede volar en condiciones imposibles para un avión. No obstante, su incapacidad para realizar vuelo estacionario, por un lado, y la pobre relación Lift/Drag (aproximadamente la mitad que la de un avión) por otro, hacen que sea una aeronave poco utilizada.

La motivación de este estudio es doble al emplear un rotor autorrotante como método de propulsión total o auxiliar del barco. Bajo el fenómeno de autogiro, se conseguirá, por un lado aprovechar mejor el viento para ángulos de ataque altos (en particular, con viento portante) al trabajar siempre en régimen laminar, y por otro lado, el rotor puede adaptarse a regímenes de viento muy distintos, simplemente cambiando el ángulo de ataque del disco rotor (con una vela tradicional hay que variar mediante enrolladores u otros sistemas la superficie velica para adaptarla a la cantidad de viento).

### 1.3. OBJETIVOS

El objetivo principal del presente proyecto se basa en estudiar cómo puede reemplazarse la vela tradicional de un velero, por un rotor autorrotante que genere empuje utilizando el mismo principio de funcionamiento del autogiro.

El rotor funcionará sobre un plano oblicuo al mar, donde interesará la componente de la fuerza Lift, en la dirección de avance del barco (contrariamente al autogiro, donde es la componente en la dirección de la fuerza de gravedad). En la Figura 7, se observa un primer prototipo del mecanismo.



*Figura 7. Prototipo rotor autorrotante.*

*(Elaboración propia)*

Para conocer la magnitud cilíndrica de estos esfuerzos y poder diseñar adecuadamente el rotor que se implementará en el barco, el estudio del fenómeno de autorrotación se realiza a través del diseño de un modelo aerodinámico del rotor. En este paradigma se ha tenido en cuenta la geometría del rotor como dato, para conseguir resolver de forma iterativa las ecuaciones del mecanismo, y calcular los esfuerzos sobre cada pala según la posición orbital en la que se encuentre.

En nuestra adaptación a la náutica del principio de autorotación, el rotor deberá girar sobre un cono de forma que los álabes no tengan que soportar fuerzas de flexión (que darían lugar a fuerzas de coriolis). Debido a que el peso de los álabes comprometen la estabilidad del barco, y que la velocidad de rotación tampoco puede ser muy alta por cuestiones de seguridad, en este estudio el cono sobre el que gira el rotor será más cerrado

que en el caso de un autogiro, y se deberá adaptar el modelo aerodinámico a esta circunstancia.

El control del empuje del rotor sobre el barco, se realizará empleando dos parámetros, de la misma manera que con una vela tradicional. En primer lugar, gracias al ángulo entre el eje del rotor y el plano del mar ( $S_m$ ), se determinará el caudal máximo de aire que atraviesa el rotor. Con una vela tradicional, esto se consigue enrollando o desenrollando la vela. En segundo lugar, con el ángulo que forma la intersección del disco rotor (Disco que definen los extremos de los álabes al girar) con el mar, regulamos el ángulo de ataque del rotor con el viento ( $h$ ), de la misma manera que orzamos o arribamos utilizando las escotas, con la vela tradicional.

Finalmente, nuestro objetivo consistirá en realizar una tabla a partir de las características de un rotor concreto, en la cual, entrando con la velocidad del viento ( $w$ ) y el rumbo del barco (ángulo que forma la dirección de este respecto al viento,  $g$ ), obtengamos los ángulos óptimos, entre el eje del rotor y el plano del mar ( $S_m$ ), y entre el ángulo de ataque del rotor con el viento ( $h$ ), la correspondiente fuerza de empuje ( $F_e$ ) y el par de escora que genera el rotor ( $F_d$ ).

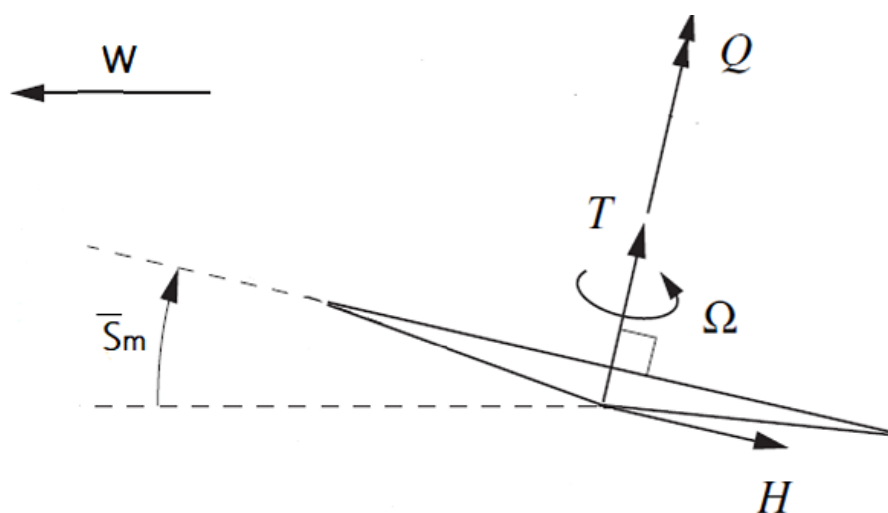


Figura 8. Representación del ángulo entre el eje del rotor y el plano del mar ( $S_m$ ).

(Elaboración propia)



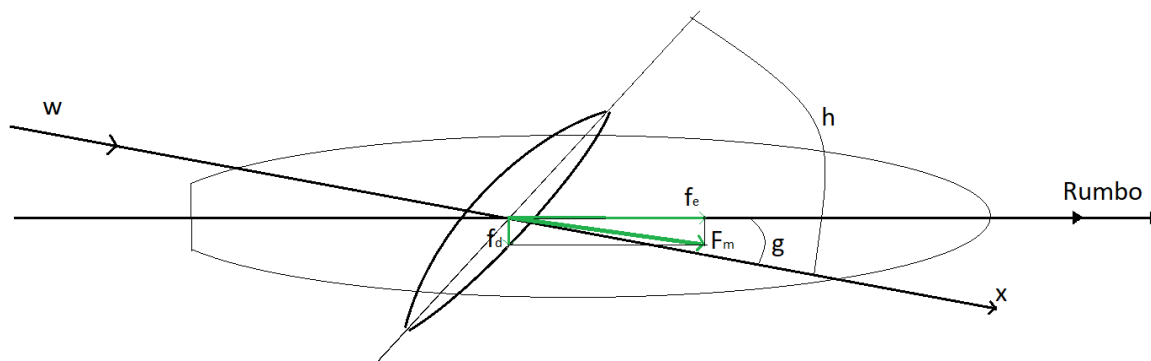


Figura 9. Representación de las fuerzas de empuje y escora, y ángulo formado entre el ángulo de ataque del rotor con el viento ( $h$ ).

(Elaboración propia)



## CAPITULO 2: APROVECHAMIENTO DE LA ENERGÍA EÓLICA

El aprovechamiento de la fuerza del viento como método de propulsión marina mediante velas, hasta la introducción de la máquina de vapor a comienzos del siglo XIX, fue la principal técnica de impulso empleada.

Debido al abaratamiento de las energías fósiles a mediados del siglo XX, se produjo un abandono gradual en el uso de velas y se arrinconaron las inversiones en posibles soluciones tecnológicas como los rotores Flettner.

Está claro que el desafío de proporcionar los suministros de energía que impulsan la economía mundial va unido al avance de regulaciones ambientales establecidas por la Organización Marítima Internacional cada vez más estrictas, y el encarecimiento y agotamiento de los recursos fósiles. Por todo ello, esta situación ha llevado a las compañías navieras y a las organizaciones a invertir en la búsqueda de soluciones baratas y limpias, haciendo que los ingenieros vuelvan a mirar al viento como una solución óptima.

A continuación se mencionan algunos de los principales conceptos y tecnologías actuales:

### 2.1. COMETA DE REMOLQUE

Este concepto de empleo de cometas de remolque en las embarcaciones para aprovechar la fuerza del viento, como método de propulsión, se ha desarrollado sistemáticamente desde la década de 1980. Este uso de la energía eólica reduce la carga en el motor, y por lo tanto, además de producir ahorros financieros a través del consumo de combustible, minimiza las emisiones nocivas (Dadd, 2013).

La cometa vuela a altitudes entre los 100 y 500 metros, en donde el viento ofrece mucha más energía en comparación con el viento cerca del suelo. Estos dispositivos volando entre los 100 y 300 metros sobre el nivel del mar, con la misma superficie, generan 25 veces más energía que las velas. Además, su control está computarizado, de manera que maximiza la eficiencia del viento ajustando su dirección, pudiendo crear su propia velocidad de vuelo aumentando la velocidad del viento aparente y de esta manera la fuerza de tracción.

Los cometas de remolque son un buen método para aprovechar este abundante suministro de energía en altitud, ya que además tiene grandes ventajas a nivel práctico. Este mecanismo puede construirse en proa, no requieren de mástiles sobre la cubierta, con lo cual no ocupan apenas espacio ni molestan en las operaciones de carga y descarga (A. Oliveira, 2014).

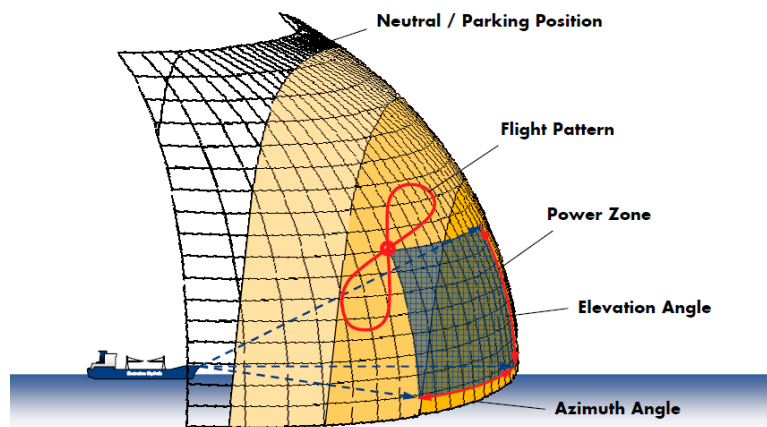


Figura 10. Zonas de incidencia del viento sobre el cometa de remolque (A. Oliveira, 2014)



Figura 11. Cometas de remolque instalados en embarcaciones

(A. Oliveira, 2014)

## 2.2. VELA

Existen dos tipos diferentes de velas para la propulsión de embarcaciones mediante energía eólica:

- Tradicionales
- Rígidas

Las velas, al igual que diferentes tecnologías que aprovechan la energía del viento, el principal uso y principio básico de su funcionamiento es, gracias a la energía eólica, proveer la propulsión a las embarcaciones.

La forma de propulsión de la vela, no se produce solamente por el empuje del viento sobre ella, puesto que de ser así, únicamente se lograría navegar en la dirección del viento (sotavento). El científico Daniel Bernoulli, en 1738, descubrió que en la zona de sotavento, el aire sufre una aceleración en relación con la corriente de aire libre circundante, creando un área de baja presión en la zona trasera de la vela, donde aparece un flujo de aire más veloz (Díaz Janeiro, 2014).

A lo largo de los siglos las velas se han ido realizando tanto de diversos materiales, como de diversas formas. Algunos de estos diseños se muestran en las siguientes ilustraciones:



*Figura 12. Embarcación con velas cuadradas*

*(L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis, 2016)*



Figura 14. Embarcación con velas trapezoidales

(L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis, 2016)



Figura 13. Embarcación con tipo de vela para propulsión de grandes embarcaciones

(L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis, 2016)



Figura 15.Embarcación con vela triangular.

(L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis, 2016)



### 2.3. ROTOR FLETTNER

El rotor Flettner, es otra forma de aprovechar la energía eólica para la propulsión de embarcaciones. Este sistema de propulsión auxiliar está basado en un conjunto de varios principios físicos, tales como el principio de Bernoulli (acerca del flujo másico) y el proceso de formación de la capara límite alrededor de un objeto en movimiento (el estudio de números adimensionales como Reynolds, Prandtl, etc.), este grupo de fenómenos se denomina efecto Magnus.

Cuando un cilindro o cualquier figura esférica se encuentra en rotación sometido a la acción de una corriente de aire que lo atraviese transversalmente, aparecen fuerzas a su alrededor que provocan el desplazamiento del objeto fuera de su trayectoria ideal. Como se puede observar en la Figura 16, sobre un lado del objeto el remolino tendrá la misma dirección que el movimiento de la corriente de aire y se aumentará la velocidad. En el otro lado ocurre lo contrario, la rotación tendrá una dirección inversa al movimiento de la corriente de aire y disminuirá la velocidad. De esta forma, aparecerán unas fuerzas perpendiculares a la dirección del viento que hacen desplazar el buque (Chica Bertol, 2012).

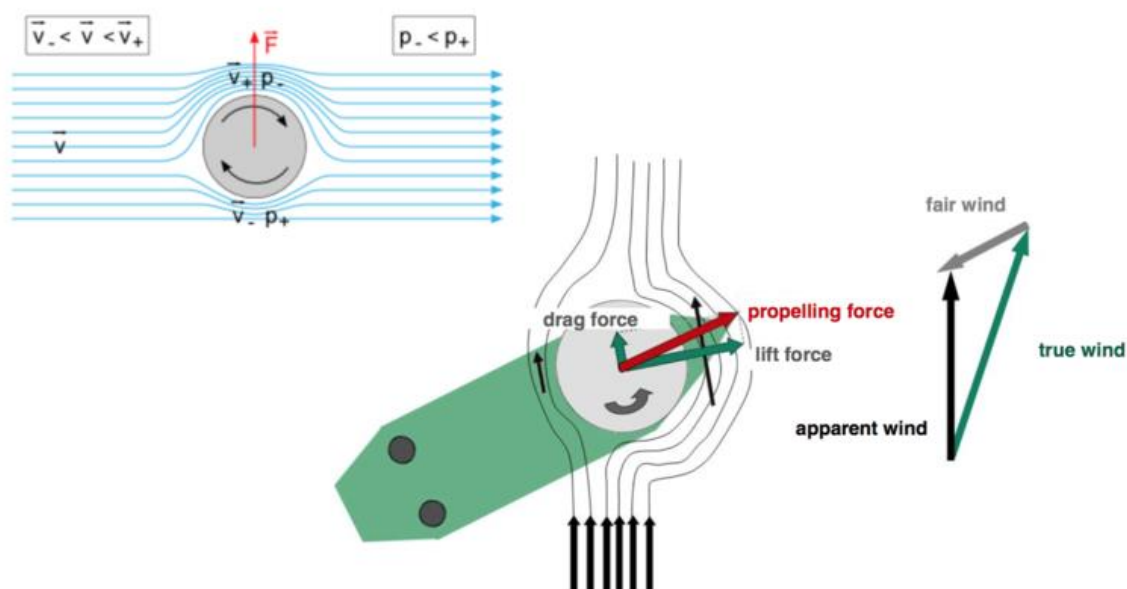
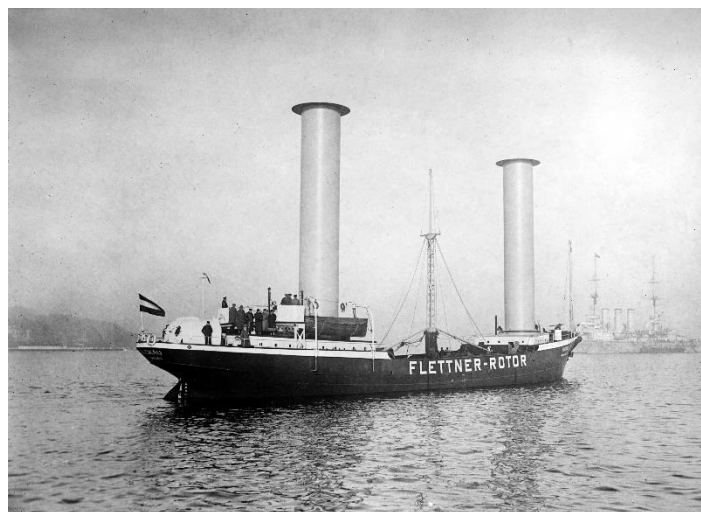


Figura 16. Efecto Magnus sobre rotor Flettner en una embarcación.

(Chica Bertol, 2012)

Los rotores Flettner fueron probados por primera vez sobre una embarcación, el 7 de Noviembre de 1924, en el barco BUCKAU.



*Figura 17. Buckau (Noviembre 1924).*

*(J.F. Wellicome, 1985)*

Según estudios realizados sobre este tipo de mecanismo, la implementación de rotores Flettner en embarcaciones comerciales, podría generar ahorros de hasta un 20% en términos de consumo de combustible y reducciones similares en emisiones ambientales (Talluri & D.K. Nalianda, 2018). Asimismo, uno de los primeros investigadores de los rotores Flettner, el Dr. Wellicome de la Universidad de Southampton (1985), concluyó que este mecanismo es el más efectivo para el transporte asistido por el viento (J.F. Wellicome, 1985).

## 2.4. TURBINAS EÓLICAS

Dentro del campo de las turbinas eólicas se pueden distinguir dos tipos:

- Turbinas de eje horizontal
- Turbinas de eje vertical

En general, el rendimiento de la turbina eólica de eje horizontal es superior en comparación con la clase equivalente de turbina eólica de eje vertical, atribuida principalmente a la mayor eficiencia y la mayor potencia producida para el área equivalente.



### 2.4.1. TURBINAS DE EJE VERTICAL

El funcionamiento de este mecanismo se basa en el giro omnidireccional de sus palas alrededor de un eje perpendicular a la dirección del viento.

Las turbinas de eje vertical tienen características muy favorables en comparación con las de eje horizontal, sobre todo cuando se aplica al mundo marino. Una de sus principales particularidades es su centro de masa. Este es menor que en el caso de las turbinas de eje horizontal, permitiéndoles aumentar la estabilidad estructural del barco a medida que reduce las oscilaciones de la torre de soporte, y dándole utilidad para evitar el aumento del momento escorante de la embarcación (L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis, 2016).

Existen múltiples variaciones y tipos de aerogeneradores de eje vertical, pero los más destacados son los nombrados a continuación:

#### TURBINA EÓLICA SAVONIUS

Este mecanismo fue inventado por Sigurd J. Savonius, en el año 1922. Son una de las turbinas más simples, económicas y fáciles de usar, donde su estructura está formada por dos o tres palas en forma de "S".

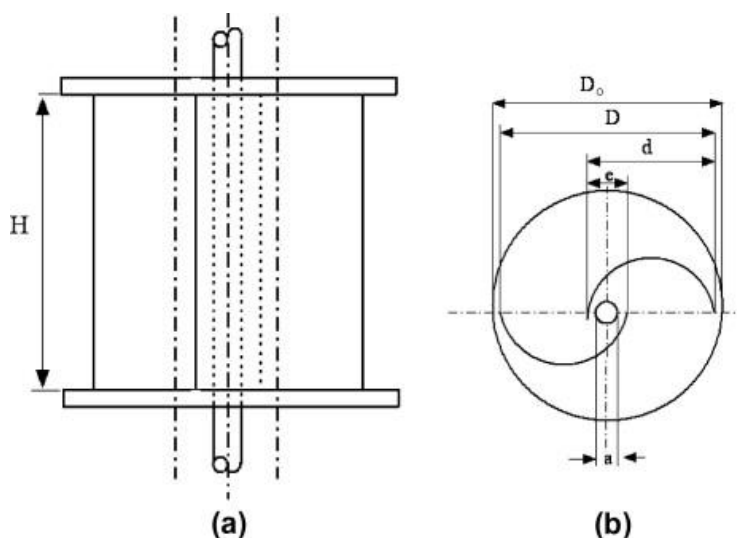


Figura 18. Estructura turbina eólica Savonius.

(L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis, 2016)

Aerodinámicamente son dispositivos de arrastre o resistencia, su funcionamiento se basa en el aprovechamiento de la fuerza de empuje que lleva el viento y no en la sustentación aerodinámica.

La eficiencia de este mecanismo es baja y se suele emplear en pequeñas instalaciones.



*Figura 19. Turbina eólica Savonius. (Yu-Jen Chen, 7 Mayo 2016)*

## TURBINA EÓLICA DARRIEUS

Este tipo de aerogenerador fue patentado por el ingeniero aeronáutico francés, Georges Jean Marie Darrieus, en el año 1927. Su estructura consiste en varias palas de perfil aerodinámico curvadas y montadas en un eje o marco rotativo vertical (Daerrieus wind turbine, 2017).



*Figura 20. Turbina eólica Darrieus.*

*(Daerrieus wind turbine, 2017)*

El principal inconveniente de este mecanismo es la dependencia de una fuente de alimentación externa para iniciar el movimiento, debido a la imposibilidad de un arranque por sí mismo.

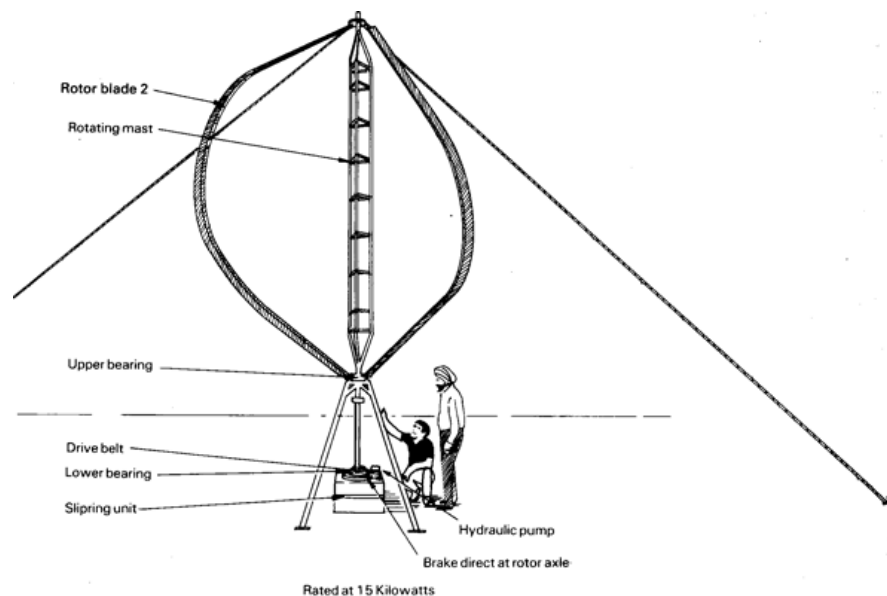


Figura 21. Esquema turbina eólica Darrieus con fuente de alimentación externa.

(Daerrieus wind turbine, 2017)

## TURBINA EÓLICA GIROMILL

La turbina eólica Giromill es una variante del rotor Darrieus, incluida en la misma patente, en el año 1927. Su perfil tiene forma de "H", delta o triángulo, con dos o tres palas (REUK, 2018).

La principal ventaja respecto a su modelo predecesor, es la posibilidad de regular el ángulo de ataque de las palas, optimizando su rendimiento en función de la velocidad del viento.



*Figura 22. Turbina eólica Giromill.*

*(REUK, 2018)*

## 2.4.2. TURBINAS DE EJE HORIZONTAL

Los aerogeneradores de eje horizontal se caracterizan por el giro de sus palas alrededor de un eje paralelo a la dirección del viento. El movimiento se produce por la energía cinética del viento cuando este actúa sobre un rotor que puede disponer de una o múltiples palas. El movimiento rotacional producido se transmite a un multiplicador de velocidad hasta un generador, encargado de producir la energía eléctrica (Portillo, 2017).

Existen dos principales clasificaciones de las turbinas de eje horizontal, según el número de palas o según la orientación.

### 2.4.2.1. CLASIFICACIÓN SEGÚN EL NÚMERO DE PALAS

**MONOPALA:** Aerogeneradores constituidos únicamente por una pala. Requieren una mayor velocidad de giro para producir la misma energía de salida, creando en el eje unos esfuerzos muy variables, lo cual acorta la vida útil de la instalación.

**BIPALA:** Aerogeneradores constituidos por dos palas. Necesitan una velocidad de giro más alta, al igual que los mono pala, para producir la misma energía a la salida. Este mecanismo es más económico, con un rendimiento del 10% mayor en comparación con las

mono palas, pero pueden presentar problemas en el rotor a causa del movimiento oscilatorio del buje.

**TRIPALA:** Aerogeneradores constituidos por tres palas. La gran mayoría de turbinas eólicas de eje horizontal tienen esta configuración, debido a su estabilidad estructural, aerodinámica, menor emisión de ruido, y un rendimiento de un 4% mayor, en comparación con los bipala.

**MULTIPALA:** Aerogeneradores constituidos por más de tres palas. Las turbinas multipala ofrecen buenas eficiencias para lugares con vientos sin mucha fuerza, y es además muy silenciosa. Unos de los sistemas más empleados en las embarcaciones de recreo, son los aerogeneradores que cuentan entre 5 y 7 palas, y diámetros de alrededor de un metro. Estas características presentan una robusteza y una eficiencia superior a los aerogeneradores nombrados anteriormente, para pequeña escala (Martinez Cid, 2017).

### 2.4.2.2. CLASIFICACIÓN SEGÚN LA ORIENTACIÓN

**BARLOVENTO:** El rotor se encuentra en el sentido contrario a la dirección de viento, con las palas de frente y la veleta detrás. Este sistema evita que la torre sea un obstáculo a la hora de captar la energía del viento. Asimismo, debemos tener en cuenta que el rotor debe situarse a una cierta distancia de la torre, y tener poco margen de maniobra para evitar posibles contactos entre ellos.

**SOTAVENTO:** Por el contrario, el rotor en este caso se encuentra a favor de la dirección del viento, de manera que el viento golpea en primer lugar a la torre, y después al rotor. En este sistema, el aerogenerador se orienta mediante la góndola y las palas.

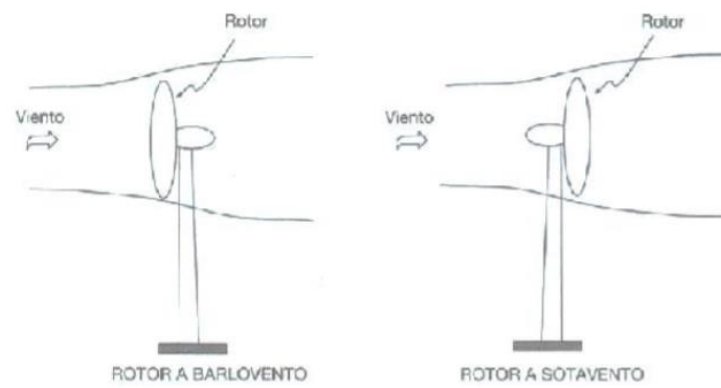


Figura 23. Orientación del aerogenerador a barlovento y Sotavento.

(Martinez Cid, 2017)

## CAPITULO 3: FUNDAMENTOS FÍSICOS DE UNA TURBINA

### 3.1. FLUIDODINÁMICA

La fluidodinámica es la rama de la física que se ocupa del análisis del movimiento de líquidos y gases tanto en forma homogénea como en forma multifásica. Su ámbito de aplicación es muy amplio, no sólo en la rama de ingeniería, sino en la meteorología y geofísica, ciencias ambientales, astronomía y ciencias biológicas.

En la ingeniería naval, la mecánica de fluidos juega un papel fundamental por la necesidad de conocer bien, para un diseño eficaz, el flujo de aire y agua en el que la embarcación, junto con sus mecanismos de propulsión, se encuentran inmersos.

Normalmente, en la mayor parte de los cálculos de fluidos en movimiento, el interés está realmente centrado en manifestaciones macroscópicas promedio que resultan de la acción conjunta de una gran cantidad de moléculas, manifestaciones como la densidad, la presión o la temperatura. En la práctica, se supone que todas estas manifestaciones son el resultado de la acción de una hipotética distribución continuada de materia, denominada el medio continuo (Martín Domingo, 2012).

Por lo tanto, el aire y el agua se consideran dos medios continuos homogéneos isótropos que no admiten discontinuidad en su equilibrio. Igualmente, en un punto determinado, en reposo, la intensidad de la presión no depende de la dirección. En referencia a las embarcaciones, ambos fluidos se consideran a nivel práctico medio incompresibles.

La complejidad de los movimientos fluidos es traducción del gran número de parámetros adimensionales que aparecen, claramente, al escribir en forma adimensional las ecuaciones y condiciones de contorno e iniciales que determinan estos movimientos. Razón por la cual es conveniente realizar simplificaciones sobre la descripción del flujo (Batchelor, 1967).

### 3.1.1. EL VIENTO

Desde las primeras civilizaciones hasta la actualidad, el viento en navegación ha sido un importante recurso para la propulsión eólica. En náutica, existe un amplio lenguaje marino, enriquecido con nombres y expresiones que permiten el buen conocimiento y control del viento, ya que estos dos factores son fundamentales en una correcta navegación.

#### 3.1.1.1 CORRIENTES DE VIENTO

En la atmósfera terrestre, el viento se define como el movimiento en masa del aire de acuerdo con las diferencias de presión atmosférica. Las partículas en movimiento que lo conforman son una fuente de energía cinética, cuantitativamente ésta energía atravesando un elemento sólido, es calculada como:

$$E_c = \frac{1}{2} \rho_a A v^3 t$$

Donde,  $m$  pertenece a la masa,  $v$  a la velocidad de las partículas en movimiento,  $t$  el tiempo,  $A$  la sección que atraviesa y  $\rho_a$  la densidad del aire.

Por tanto, la potencia disponible en una corriente de viento resulta ser:

$$P_{disponible} = \frac{1}{2} \rho_a A v^3$$

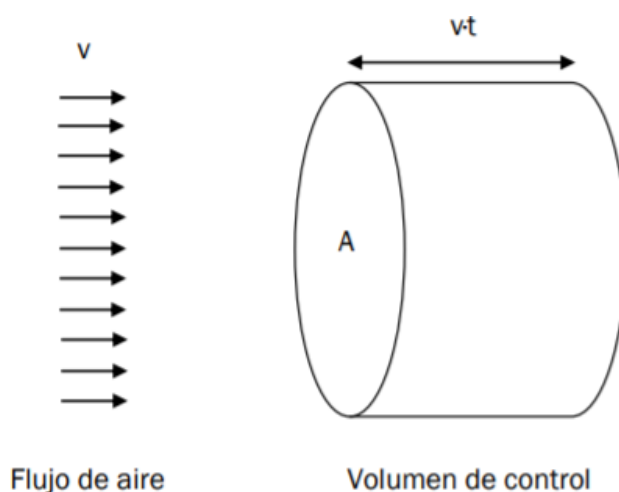


Figura 24. Representación esquemática para la deducción de la energía cinética y potencial de una corriente de viento.

(Gómez García, 2015)



El movimiento e intensidad de las partículas que lo conforman pueden ser alterados por muchos agentes externos. Accidentes geográficos, variaciones de temperatura o vegetación, son algunos de los ejemplos que influyen sobre estas modificaciones.

Pese a la dificultad de determinar estas variaciones, es conveniente establecer un modelo de las frecuencias de las velocidades del viento que venga descrito por una función matemática continua en vez de por una tabla de valores discretos. Para ello, se emplea comúnmente la distribución de Weibull (Franco García, 2016).

## 3.1.1.2 MEDICIONES DEL VIENTO

En aerodinámica, la velocidad del viento se representa, en metros por segundo, kilómetros por hora o nudos.

En 1805, el británico Beaufort clasificó las distintas velocidades del viento creando la escala de fuerza del viento, denominada como el nombre del creador, escala de Beaufort.

Se debe destacar en esta escala, que la fuerza del viento no crece de forma lineal, sino que crece de forma progresiva con el cuadrado de la velocidad del viento. Un pequeño incremento en la velocidad de este último parámetro, genera una gran variación de la fuerza del viento.

Equivalencia entre Escala Beaufort, nudos y m/s					
B	Nudos	m/s	B	Nudos	m/s
0	<1	0 - 0.2	6	22 - 27	10.8 - 13.8
1	1 - 3	0.3 - 1.5	7	28 - 33	13.9 - 17.1
2	4 - 6	1.6 - 3.3	8	34 - 40	17.2 - 20.7
3	7 - 10	3.4 - 5.4	9	41 - 47	20.8 - 24.4
4	11 - 16	5.5 - 7.9	10	48 - 55	24.5 - 28.4
5	17 - 21	8.0 - 10.7	11	56 - 63	28.5 - 32.6

Figura 25. Equivalencia entre Escala Beaufort, nudos y m/s.

(Puertos del Estado, 2017)

Para poder determinar en qué rangos de viento trabajará la turbina eólica, se obtuvieron los valores de las velocidades del viento de la Agencia Estatal de Meteorología de los últimos años, correspondientes a la costa de Barcelona.

### 3.2. FUNDAMENTOS AERODINÁMICOS DE UN PERFIL

La aerodinámica estudia los gases en movimiento y las fuerzas o reacciones a las que están sometidos los cuerpos que se hallan en su seno. Existe un gran número de sistemas que se encuentran en continuo rozamiento con el aire cuando están en funcionamiento y que, por lo tanto, como ocurre en el caso de este estudio, requieren un análisis aerodinámico.

#### 3.2.1. PERFILES AERODINÁMICOS

Un perfil aerodinámico es cualquier sección del ala cortada por un plano paralelo a la cuerda de la misma (Anderson, 2001). La forma e inclinación del perfil respecto a la dirección de la corriente de aire, son dos factores destacados que dan origen a la sustentación, generada sobre el cuerpo por variaciones de presión y densidad.

En la geometría de un perfil aerodinámico existen cuatro variables principales, la cuerda, borde de ataque, borde de salida, espesor y curvatura. Los conceptos básicos que se puede ver representados en la Figura 26, se describen a continuación (Anderson, 2001):

- **Cuerda:** Línea recta imaginaria que une el borde de salida con el centro de la curvatura del borde de ataque de un perfil alar, generalmente, son los puntos del perfil que se encuentran más alejados entre sí.
- **Borde de ataque:** Punto más delantero del perfil.
- **Borde de salida:** Punto más trasero del perfil.
- **Línea de curvatura media:** Línea equidistante entre el extradós e intradós. Establece las características aerodinámicas del perfil.
- **Curvatura máxima:** Distancia máxima entre la línea de la curvatura media y la cuerda. Este valor, y su posición se expresan generalmente en % de la cuerda.

- Espesor: Distancia entre el borde inferior y superior del perfil alar, trazado perpendicularmente a la línea de la cuerda.

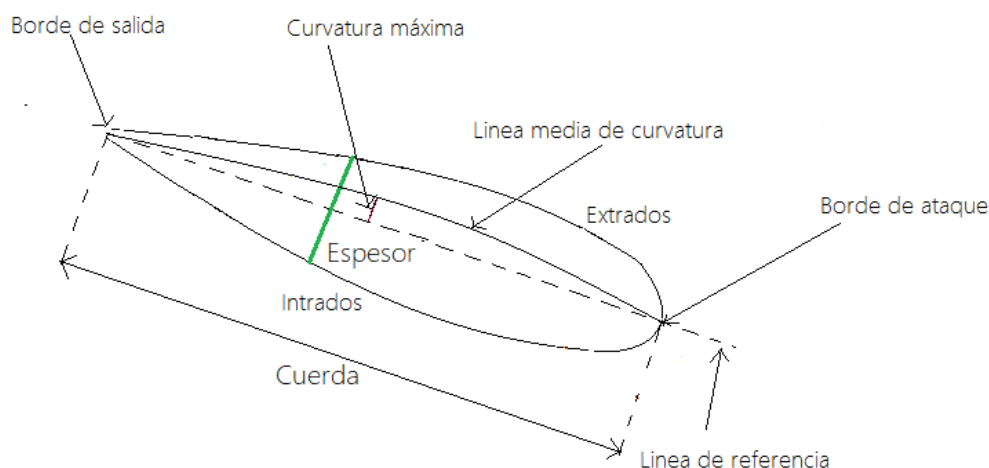


Figura 26. Nomenclatura perfil alar.

(Elaboración propia)

Cuando un perfil recibe una corriente de aire, se desarrollan sobre el cuerpo distintas velocidades a ambos lados, las cuales se pueden observar en la Figura 27. Las dos fuerzas más importantes, sobre el perfil aerodinámico son la sustentación y la resistencia (Eskenazi Agustina, Mela Oscorio Juan Pablo, Ignacio, & Legajo, 2015).

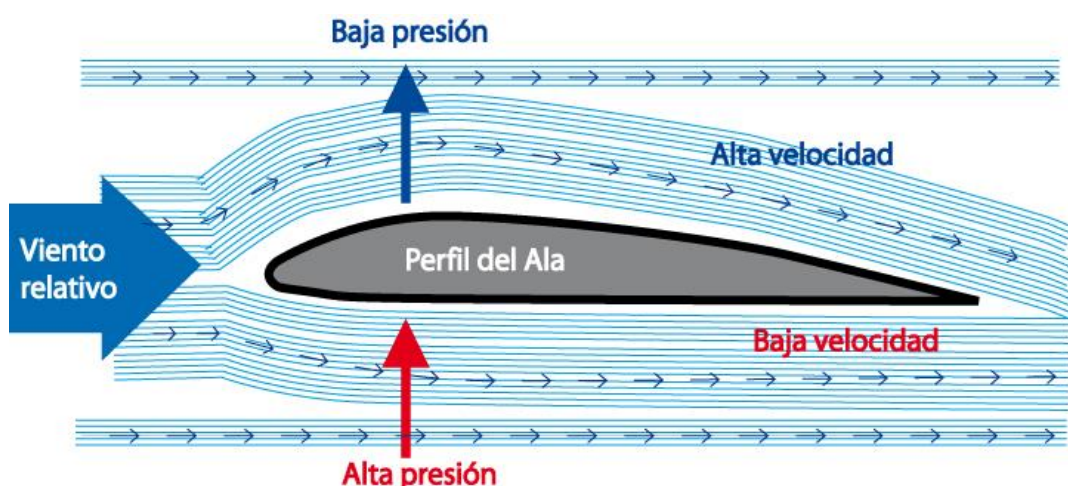


Figura 27. Distribución de velocidades y presiones sobre un perfil alar.

(Pedroza García, 2013)

La velocidad de la corriente de aire es mayor sobre el extradós, y según la ecuación de Bernoulli, la presión interna de un fluido (líquido o gas) decrece a medida que la velocidad del fluido se incrementa, por lo que en esta cara se genera una zona de baja presión. De forma análoga, sobre el intrados se genera una sobrepresión. Esta diferencia de presiones resultante se denomina fuerza de presión, y actúa sobre todo el área del perfil (Figura 28).

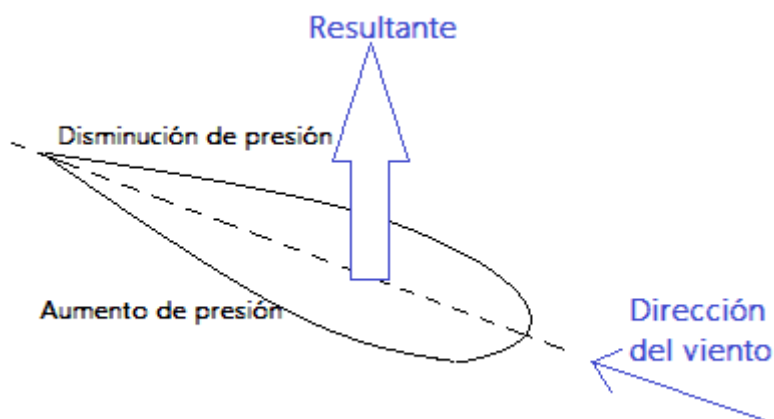


Figura 28. Fuerza de presión resultante sobre el perfil alar.

(Elaboración propia)

Esta fuerza será la que afecte al centro aerodinámico de la sección, la expresión de esta resultante se puede expresar como:

$$F = \frac{1}{2} C_w \rho A v^2$$

Donde,  $C_w$  es el coeficiente de potencia,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $A$  es el área, y finalmente  $v$  es la velocidad del fluido.

La fuerza resultante, puede separarse en sus dos componentes normal y paralela a la dirección de la velocidad del flujo de aire (Figura 29). Estas dos componentes, se pueden definir como:

- **Fuerza de sustentación ( $F_L$ )**, permite la rotación del mecanismo contraria a la velocidad del viento. También se denomina fuerza ascensional, ya que ayuda al movimiento (*Lift* en inglés), y es perpendicular a la superficie.

- **Fuerza de arrastre ( $F_D$ )**, crea resistencia al movimiento. Esta fuerza será la que deba vencer la quilla del barco. También se denomina fuerza de resistencia (*Drag* en inglés), y es tangencial a la superficie.

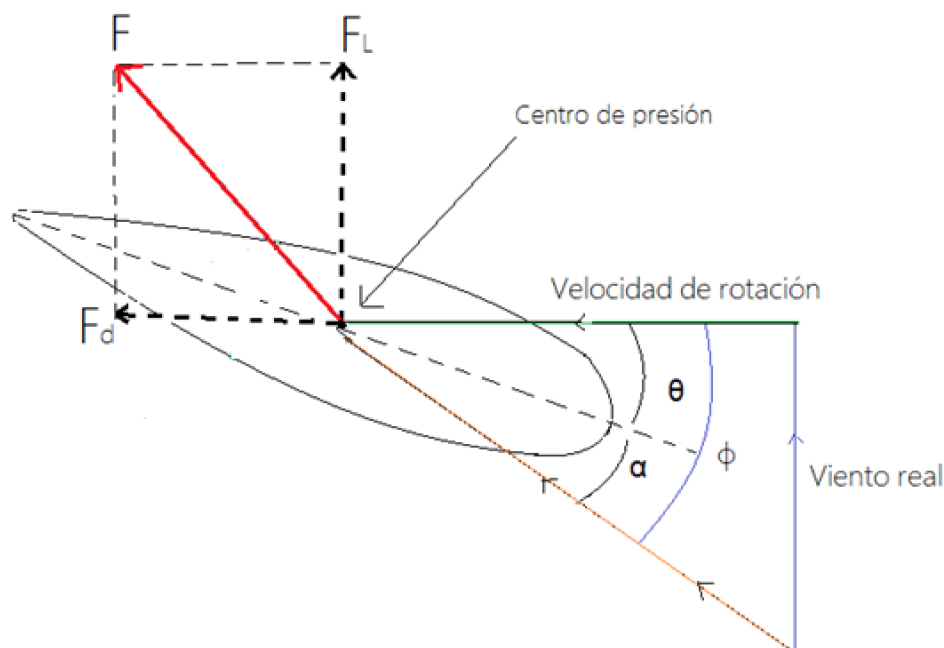


Figura 29. Características perfil aerodinámico.

(Elaboración propia)

Las expresiones que definen los valores de la fuerza de sustentación y la de arrastre, con carácter general, se aplican considerando al fluido incompresible. Las ecuaciones son las siguientes:

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A_L v^2$$

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A_D v^2$$

Donde las dos componentes son las fuerzas de sustentación y resistencia, respectivamente,  $\rho$  es la densidad del aire,  $C_L$  y  $C_D$ , son los coeficientes de sustentación y arrastre, respectivamente, para un perfil alar con un diseño y ángulo de ataque determinado,  $A_L$ , es el área proyectada paralela al viento,  $A_D$ , es el área proyectada

perpendicularmente al movimiento relativo respecto al álabe, y por último,  $v$  es la velocidad del viento. A efectos de cálculos, se considerarán  $A_L = A_D = A$ , es decir, iguales al área total del perfil aerodinámico.

En la Figura 28, se observan tres ángulos de importancia que aparecen sobre el perfil aerodinámico. El más destacado es el denominado, ángulo de ataque. A continuación, se describen brevemente estos parámetros:

- Ángulo de ataque ( $\alpha$ ): Ángulo entre la línea de la cuerda y la velocidad relativa con la que incide el viento sobre el perfil alar.
- Ángulo de calado o Ángulo de paso ( $\theta$ ): Ángulo entre la línea de la cuerda y el plano de rotación de la pala.
- Ángulo de incidencia o ángulo de flujo ( $\phi$ ): Ángulo entre la velocidad relativa y la velocidad de rotación.

### 3.2.2. VARIACIÓN DE LA SUSTENTACIÓN Y LA RESISTENCIA

Los coeficientes de sustentación y arrastre se pueden determinar tanto experimentalmente, como de forma numérica. Ambos parámetros se ven muy influenciados por el ángulo de ataque ( $\alpha$ ).

El coeficiente de sustentación ( $C_L$ ), aumenta linealmente con el ángulo de ataque hasta que alcanza un valor máximo, a partir del cual decrece rápidamente, dejando de sustentar. Este descenso se debe al fenómeno de desprendimiento de la capa límite en el extradós del perfil alar.

EL coeficiente de resistencia ( $C_D$ ), crece parabólicamente con el ángulo de ataque hasta la pérdida. El valor de este parámetro es pequeño para bajos ángulos de ataque.

Las propiedades más favorables en un perfil aerodinámico son, una alta sustentación y una baja resistencia. El parámetro adimensional empleado para valorar la calidad del perfil alar, se denomina fineza de un perfil, y es el cociente entre el coeficiente de sustentación y resistencia (Wiesbaden, 1989):

$$\varepsilon = \frac{C_L}{C_D}$$

### 3.2.3. PARÁMETROS ADIMENSIONALES

Los parámetros adimensionales de mayor importancia que determinan los movimientos fluidos en un régimen continuo son los números de Strouhal, Reynolds, Mach, Froude y Prandtl.

#### NUMERO DE STROUHAL ( $S_t$ )

En referencia a un cuerpo cilíndrico sumergido en un flujo, como es el caso del rotor autorrotante de este estudio inmerso en aire, el número de Strouhal relaciona el tiempo de residencia (invertido por una partícula en recorrer con una velocidad  $U$ , característica del flujo, la longitud  $L$ ) y el tiempo característico,  $t_0$ , de variación de las condiciones de contorno.

$$S_t = f x \frac{D}{U}$$

Donde,

- $f$ : *Frecuencia de desprendimiento*
- $D$ : *Dimensión lineal característica de la sección transversal del cuerpo*
- $U$ : *Velocidad del viento*

Existe un gran abanico de frecuencias que producen contribuciones aleatorias a las fuerzas fluctuantes, sin embargo el número de Strouhal se refiere a la frecuencia predominante. El número de Strouhal depende, en el caso de un cilindro, de la rigidez, de la terminación de la superficie, del número de Reynolds y de las características del escurrimiento. Puede variar desde **0,1** (Re del orden **50**) hasta **0,47** (caso de cilindro rígidos y Re entre  **$3 \times 10^5$**  y  **$10^6$** ) (Wittwer, Möller, & Natalini).

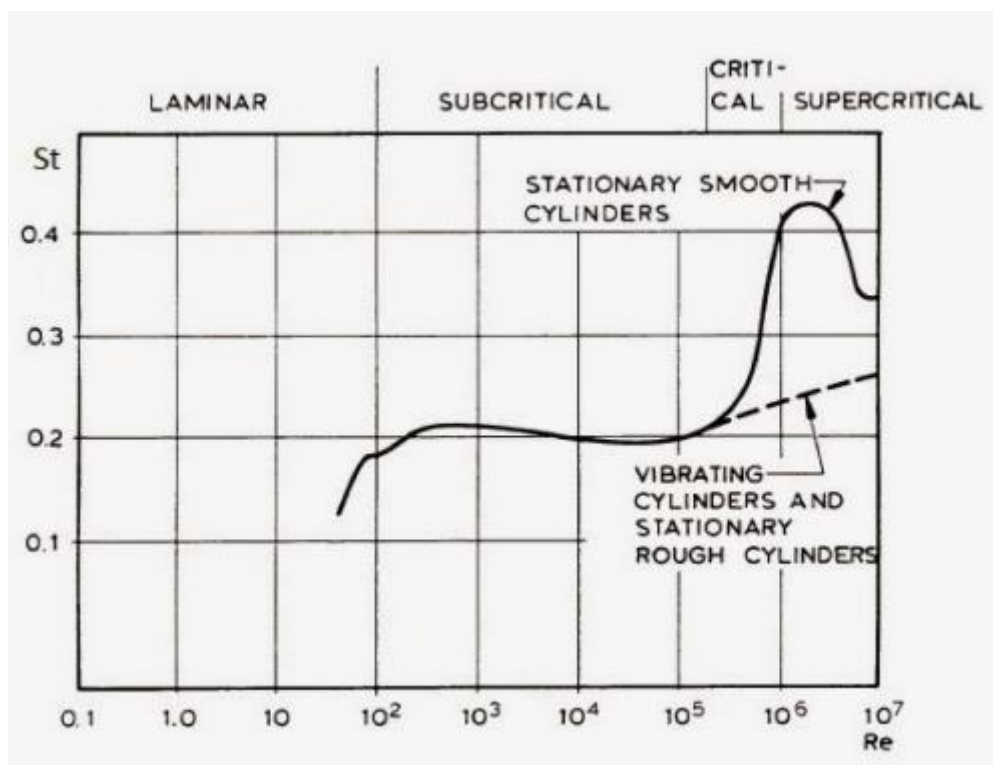


Figura 30. N° de Strouhal - N° de Reynolds relación para cilindros circulares.

(Wittwer, Möller, & Natalini)

El desprendimiento de vórtices origina unas presiones de arrastre sobre toda la superficie del cuerpo sumergido. Estas presiones integradas en toda la superficie se traducen en una fuerza resultante que puede descomponerse en dos fuerzas de carácter sinusoidal. Una de ellas paralela y otra transversal al flujo, siendo su frecuencia el doble e igual a la frecuencia de desprendimiento de los vórtices, respectivamente (Chales Dalton).

### NÚMERO DE REYNOLDS ( $R_e$ )

El número de Reynolds establece la relación entre las fuerzas de inercia convectivas y viscosas de las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento de los fluidos. El término de inercia  $\rho(\vec{v} \times \vec{\nabla})\vec{v}$  es el asociado con la componente convectiva de la aceleración y dimensionalmente se describe como  $\rho v^2/L$ , mientras que el termino viscoso  $\mu \nabla^2 \vec{v}$  es el asociado con la parte viscosa, y se describe como  $\mu v/L^2$ , siendo  $L$  y  $v$ , una longitud y velocidad característica respectivamente (Martín Domingo, 2012).

Así, se define el número de Reynolds en la forma:



$$\frac{\rho v^2 / L}{\mu v / L^2} \rightarrow R_e = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} = \frac{\bar{v} D}{\nu}$$

Donde,

- $\rho$ : *Densidad del fluido en movimiento*
- $v$ : *Velocidad media característica del flujo*
- $D$ : *Longitud carecterística (diámetro)*
- $\mu$ : *Viscosidad dinámica*

Este parámetro adimensional adquiere gran importancia a la hora de la caracterización de los flujos como laminares o turbulentos. El primero de ellos describe a un movimiento ordenado, con una variación progresiva y gradual de las propiedades fluidas, mientras que el segundo de ellos describe el movimiento de un fluido de forma desordenada, formando torbellinos de gran variedad de tamaños.

Generalmente, la transición de flujo laminar a turbulento ocurre para valores de número de Reynolds entre medio millón y 10 millones, produciéndose antes o después dependiendo en gran medida de la rugosidad de la superficie, de la turbulencia de la corriente de aire y de la distribución de presiones. Se considera la laminaria de la capa límite cuando:

$$R_e \leq 5 \times 10^5$$

### NÚMERO DE MACH ( $M$ )

El número de Mach es la relación entre la velocidad característica del flujo ( $V$ ) y la velocidad del sonido ( $a$ ). Este parámetro adimensional determina si la compresibilidad del fluido es significativa dependiendo de su velocidad. De forma que para calcular el número de Mach se emplea la siguiente expresión:

$$M = \frac{V}{a}$$

El fluido con el que se trabaja en este estudio es aire a bajas velocidades, en comparación con la velocidad del sonido del propio fluido. Debido a que el mecanismo de

estudio se encuentra bajo unos valores de presión y temperatura ambientales, se comprueba que el número de Mach es menor a 0,3, por lo cual, se puede considerar a nuestro fluido como incompresible.

### NÚMERO DE FROUDE ( $F_r$ )

De manera análoga al número de Mach, el parámetro adimensional conocido como número de Froude, es la relación entre la energía cinética y la gravitatoria. En el caso de la hidrodinámica de los buques, este parámetro tiene un valor del orden de la unidad. La expresión que corresponde al cálculo del número de Froude es la siguiente:

$$F_r = \frac{U^2}{gL}$$

### NÚMERO DE PRANDTL ( $P_r$ )

El número de Prandtl representa la relación entre las difusividades viscosa y térmica. En los gases, como el caso de este estudio, el aire, tiene un valor del orden de la unidad, es este el motivo por el cual los efectos viscosos y de la conducción de calor suelen presentarse simultáneamente. La ecuación correspondiente al cálculo de este parámetro adimensional es:

$$P_r = \frac{\nu}{\alpha}$$

#### 3.2.4. CAPA LÍMITE

La distancia que existe entre la superficie del perfil alar (velocidad cero) y el punto donde la velocidad es la de la corriente libre, se denomina capa límite (Instituto Aeronáutico, 2002). La capa de aire en contacto con la superficie del ala permanecerá adherida a ésta desplazándose con la misma velocidad, existiendo así solamente una superficie.

En las capas sucesivas, se irán sufriendo deslizamiento, y este se incrementará a medida que aumentan la distancia respecto a la superficie, decreciendo paulatinamente su velocidad, hasta que esta sea coincidente con la velocidad de la corriente de aire en la que el perfil se encuentra.

A efectos de cálculo, el flujo de aire que se encuentre lejos de la superficie alar, se puede considerar como un fluido no viscoso. Cuando este se encuentra en las proximidades del cuerpo, se restringe el espesor de la capa límite, considerando este muy delgado en comparación con las dimensiones del perfil aerodinámico.

Esta situación, ha permitido que se mantenga la estabilidad de la capa límite mucho más tiempo, como si creciera naturalmente, y ha permitido aplicar con éxito el teorema de Bernoulli, a pesar de estar ante un fluido compresible y viscoso (Pedroza García, 2013).

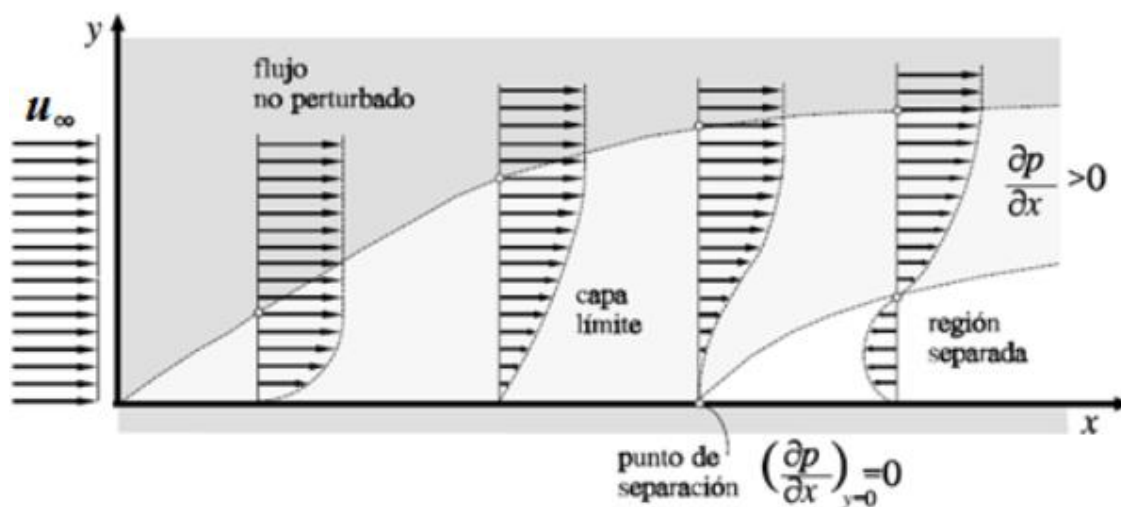


Figura 31. Separación del flujo en la capa límite.

(Miguel Arbej, 2014)

Cuando en la capa límite, el movimiento del flujo se presenta en capas paralelas y ordenado, se denomina capa límite laminar. Para disminuir la resistencia de fricción interesa mantener la capa límite laminar a lo largo de la mayor parte del extradós del perfil, para ello se restringe el espesor de la capa límite, como se explica en esta sección.

A medida que el flujo avanza por el perfil alar, distanciándose del borde de ataque, el deslizamiento de las capas va en aumento, provocando el incremento paulatino de la capa límite laminar. A partir de un cierto instante, la capa límite comienza a sufrir perturbaciones que transforman el régimen laminar en turbulento. Este punto se denomina, punto de transición.

En la capa límite turbulenta, las capas se desplazan caóticamente, perturbando capas cada vez más alejadas, provocando un crecimiento más acentuado de la capa límite.

En este estudio, uno de los intereses, es el cálculo de la fricción que se opone al movimiento de rotación del rotor, o la fuerza de arrastre que debe vencer la quilla de la embarcación.

Para la predicción de la resistencia de fricción de una superficie, se emplea el número de Reynolds. En la Figura 32, se puede observar la variación de la resistencia de fricción en los casos de capa límite laminar y turbulenta en función del número de Reynolds.

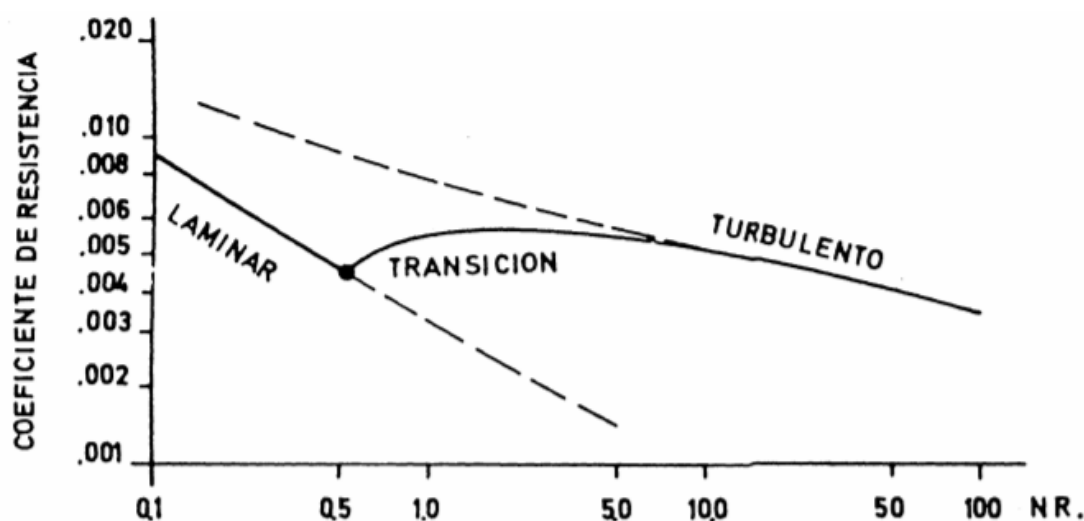


Figura 32. Variación Coeficiente de Resistencia en función del Nº de Reynolds.

(Instituto Aeronáutico, 2002)

Se debe tener en cuenta, como se ha dicho, que en este estudio se trabajará en régimen laminar. Para ello, se puede calcular el coeficiente de la resistencia según la expresión:

$$C_D = 2C_{fricción} = \frac{0,664}{Re_x^{\frac{1}{2}}}$$

### 3.3. FENÓMENO DE AUTORROTACIÓN

Este fenómeno se puede definir como la rotación libre sobre un eje de un mecanismo atravesado por un flujo de aire, u otro fluido, que genere una cantidad sustancial de vida y par, hasta que las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre los álabes den lugar a un torque nulo.

La teoría del autogiro se desarrolló formalmente por primera vez a mediados de la década de 1920, gracias al ingeniero Juan de la Cierva, y luego se expandió a mediados de la década de 1930. El científico Riabouchinsky, en 1935, introdujo el término "autorrotación".

El problema principal para aprovechar el efecto de autorrotación, y el cual Juan de la Cierva tuvo que solucionar para el diseño de su primer autogiro, fue el control de la posición del disco rotor.

En efecto, los cambios de dirección del eje de rotación generaban enormes fuerzas de coriolis que desestabilizaban los primeros mecanismos. La solución de Juan de la Cierva a este problema, consistió en unir los álabes al eje mediante articulaciones, permitiendo su movimiento ascendente y descendente (batimiento), y hacia delante y hacia atrás (avance).

Por lo tanto, los álabes no se encuentran girando sobre un disco, sino que se sitúan sobre un cono, y la fuerza centrífuga que generan (aproximadamente diez veces el peso del mecanismo) mantiene los álabes desplegados y el aparato colgando del centro, como si se encontrase suspendido de un cable.

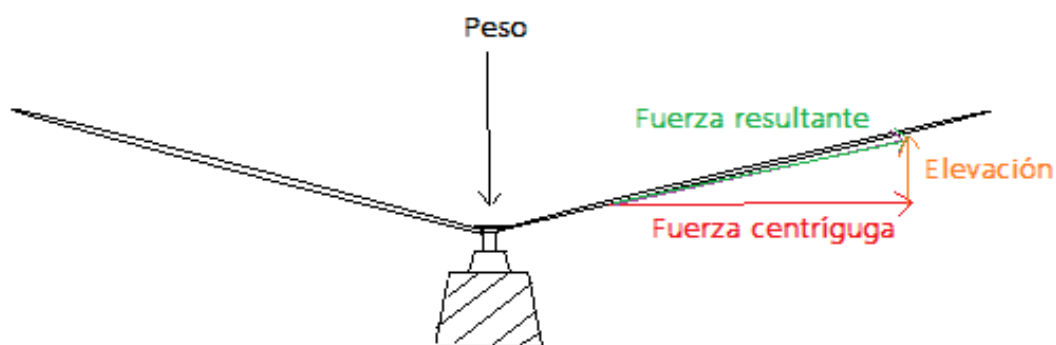


Figura 33. Mecanismo sobre el que se sitúan los álabes.

(Elaboración propia)

Smith, en el año 1971, realizó investigaciones experimentales sobre el fenómeno de autogiro en perfiles alares simétricos. Las observaciones de Smith sobre el perfil alar expuesto a una corriente de aire, concluyeron que si el ala se situaba inicialmente con un pequeño ángulo de ataque ( $\alpha_0$ ), el flujo de aire no se estancaría y el perfil alar comenzaría a autorrotar en una dirección determinada por la orientación inicial (Hargreaves, David and Kakimpa, & Bruce and Owen, 2014).

Smith también concluyó que si el momento de inercia del mecanismo fuese demasiado bajo, no autorrotaría. En este caso, el perfil alar no consigue almacenar suficiente momento angular para vencer la porción estancada del ciclo (zona en la que el flujo se sitúa en una posición estáticamente estable con el ala) (Hargreaves, David and Kakimpa, & Bruce and Owen, 2014).

La siguiente figura representa la respuesta que tiene la corriente de aire sobre un perfil alar bajo el fenómeno de autorrotación, con varios valores iniciales de ángulos de ataque, y con un número de Reynolds constante determinado.

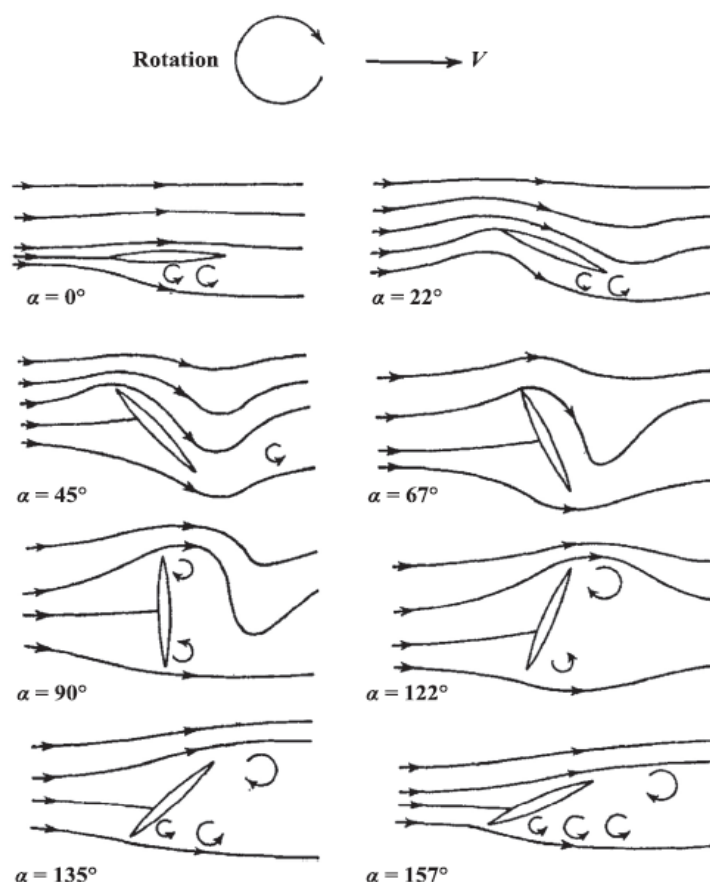


Figura 34. Fenómeno de autorrotación sobre un perfil alar

(Hargreaves, David and Kakimpa, & Bruce and Owen, 2014)

El rotor es el primer elemento en la cadena de piezas funcionales de una turbina. Sus propiedades aerodinámicas y dinámicas tienen una gran influencia en todo el sistema, por ello, el diseñador se debe enfrentar a la dificultad de encontrar la relación adecuada entre

la geometría del rotor ( $n^{\circ}$  palas, perfil aerodinámico), y sus propiedades aerodinámicas (Iliia K. Marchevsky & Valeria V. Puzikova, 2017). Para poder simular estas propiedades y, en particular, el fenómeno de autorrotación, se debe desarrollar un modelo matemático eficiente, llevado a cabo en la próxima sección de este estudio.





## CAPITULO 4: MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA TURBINA

En este capítulo se presenta una modelización aerodinámica de un rotor autorrotante, cuyos alabes están dispuestos sobre las generatrices de un cono, que se encuentran contruidos sobre una embarcación. Por lo tanto, en las secciones posteriores se planteará el paradigma aerodinámico de la turbina de estudio, y se resolverá de forma cuantitativa, empleando como herramienta de software matemático, MATLAB.

La primera parte de esta modelización matemática se centra en el estudio del mecanismo rotor. Los álabes del aparato se sitúan sobre las generatrices de un cono, cuyo eje forma un ángulo comprendido entre 0 y 90° respecto de la dirección del viento.

El par de fuerzas ejercido sobre el eje de la turbina, y la fuerza resultante sobre el mismo ejercidas por la corriente de aire, dependen del viento relativo que atraviesa los alabes de la turbina.

Para poder realizar la modelización aerodinámica del rotor se fija un sistema de referencia ortonormal  $(i, j, k)$ , donde,  $w$  representa la velocidad del viento, y el plano generado por  $i, k$  contiene el eje de rotación de la turbina. En la primera parte de este modelo se tendrán en cuenta los siguientes ángulos:

- Ángulo de posición del álabe ( $r$ ), formado entre la posición en la que se encuentra el álabe cuando la turbina está en funcionamiento, y el eje transversal de la misma.
- Ángulo de escora de la turbina ( $s$ ), formado entre el eje de la turbina en reposo, y el eje de la turbina en rotación.
- Ángulo de elevación del álabe ( $q$ ), parámetro fijo que tiene el valor del ángulo de inclinación que forma el álabe, frente al eje transversal de la turbina.

En primer lugar, se calculan asociadas al movimiento de rotación de la turbina, las componentes del triedro de vectores generados sobre los ejes de un álabe  $u_{1rs}, u_{2rs}, u_{3rs}$ , fijando de este modo su dirección tangencial, radial y transversal, respectivamente. La posición de referencia del álabe será:

$$u_{100} = [1, 0, 0]', \quad u_{200} = [0, \cos(q), \sin(q)]', \quad u_{300} = [0, -\sin(q), \cos(q)]'$$

En la Figura 34 se puede observar la representación gráfica del triedro de vectores a calcular.

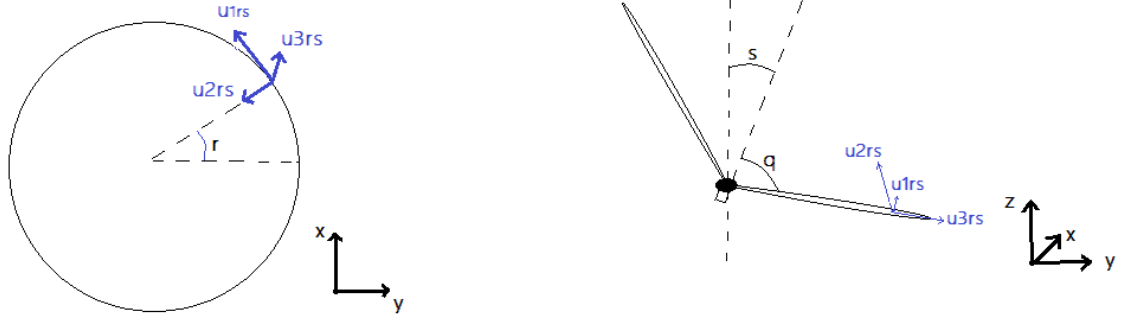


Figura 35. Triedro de rotación asociado al álabe.

(Elaboración propia)

En cuanto la turbina se pone en funcionamiento, sus álabes comenzaran a girar alrededor de su centro. Estas rotaciones sobre la situación de referencia y su composición se describen a continuación:

$$R_r = \begin{bmatrix} \cos(r) & -\sin(r) & 0 \\ \sin(r) & \cos(r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_s = \begin{bmatrix} \cos(s) & 0 & \sin(s) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(s) & 0 & \cos(s) \end{bmatrix}, \quad R_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q) & -\sin(q) \\ 0 & \sin(q) & \cos(q) \end{bmatrix}$$

Cada una de las rotaciones básicas anteriores se realiza en sentido anti horario entorno del eje y fijando un sistema de coordenadas bajo la regla de la mano derecha.

La matriz de rotación resultante es:

$$R_{rsq} = R = \begin{bmatrix} \cos(s) \cos(r) & -\cos(s) \sin(r) \cos(q) + \sin(q) \sin(s) & \cos(s) \sin(r) + \sin(q) \cos(q) \\ \sin(r) & \cos(r) \cos(q) & -\cos(r) \sin(q) \\ -\sin(s) \cos(r) & \sin(s) \sin(r) \cos(q) + \cos(s) \sin(q) & -\sin(s) \sin(r) \sin(q) + \cos(s) \cos(q) \end{bmatrix}$$

Las componentes tangencial, radial y trasversal que conforman el triedro de rotación serán:

$$u_{1rsq} = R \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(s) \cos(r) \\ \sin(r) \\ -\sin(s) \cos(r) \end{bmatrix}$$

$$u_{2rsq} = Rx \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(s) \sin(r) \cos(q) + \sin(q) \sin(s) \\ \cos(r) \cos(q) \\ \sin(s) \sin(r) \cos(q) + \cos(s) \sin(q) \end{bmatrix}$$

$$u_{3rsq} = Rx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(s) \sin(r) \sin(q) + \sin(s) \cos(q) \\ -\cos(r) \sin(q) \\ -\sin(s) \sin(r) \sin(q) + \cos(s) \cos(q) \end{bmatrix}$$

A continuación se calculan respecto al triedro de vectores, las componentes del viento relativo que atraviesa la sección del álabe ( $v_{zrq}$ ). Para ello, se añaden los siguientes parámetros:

- Velocidad angular de la turbina ( $\dot{r}$ )
- Distancia radial ( $a$ ), formada desde el eje de la turbina hasta el álabe.
- Longitud ( $z$ ), distancia desde la sección de estudio hasta la base donde se encuentra asociada el álabe.
- Vector velocidad del viento [ $w, 0, 0$ ].
- Velocidad lineal tangente a la trayectoria de la sección de estudio ( $v_x$ ), se puede definir como:

$$v_x = (a + z \sin(q)) \dot{r} u_{1rsq}$$

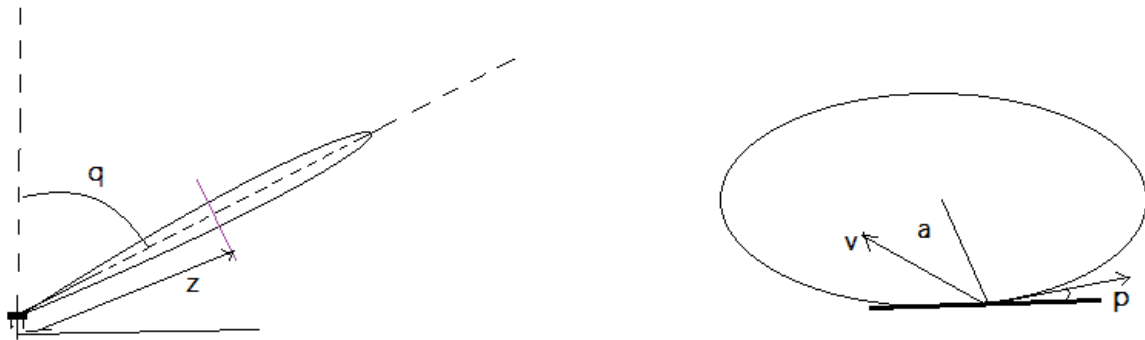


Figura 36. Sección de estudio.

(Elaboración propia)

En esta parte del paradigma, se ha omitido el subíndice  $s$ , que será constante en todo el cálculo. Por lo que el viento relativo que atraviesa la sección es:

$$v_{zrq} = [w, 0, 0]' - (a + z \sin(q)) \dot{r} u_{1rq} = \begin{bmatrix} w - (a + z \sin(q)) \dot{r} \cos(s) \cos(r) \\ -(a + z \sin(q)) \dot{r} \sin(r) \\ (a + z \sin(q)) \dot{r} \sin(s) \cos(r) \end{bmatrix}$$

Las componentes del vector velocidad relativa del viento calculado en las direcciones del triedro  $u_{1rsq}, u_{2rsq}, u_{3rsq}$  son, respectivamente:

$$\begin{aligned} V_{1zrq} &= v_{zrq} \cdot u_{1rsq} = -\sin(q) z \dot{r} + \cos(s) \cos(r) w - a \dot{r} \\ V_{2zrq} &= v_{zrq} \cdot u_{2rsq} = -\cos(q) \cos(s) \sin(r) w + \sin(s) \sin(q) w \\ V_{3zrq} &= v_{zrq} \cdot u_{3rsq} = w(\cos(s) \sin(r) \sin(q) + \sin(s) \cos(q)) \end{aligned}$$

Sobre nuestro aparato, la componente del viento paralela al eje longitudinal del álabe,  $u_{3rsq}$ , produce una fuerza poco significativa sobre la sección de estudio. Por lo tanto, se considerará como nula, y no se tendrá en cuenta. Resultando entonces:

$$v_{zrq} = [V_{1zrq}, V_{2zrq}] = [v_{zrq} \cdot u_{1rsq}, v_{zrq} \cdot u_{2rsq}]$$

En la Figura 36, se puede observar la proyección ortogonal del vector  $v_{zrq}$ , sobre el plano generado por los vectores  $u_{1rsq}$  y  $u_{2rsq}$ , siendo este  $\bar{v}_{zrq}$ . Por otro lado, como se ha visto en la anterior sección, la suma de las fuerzas de empuje o lift ( $F_L$ ) y la fuerza de resistencia o drag ( $F_D$ ), dan lugar a la fuerza resultante,  $f_{zrq}$ , representada en la Figura 37.

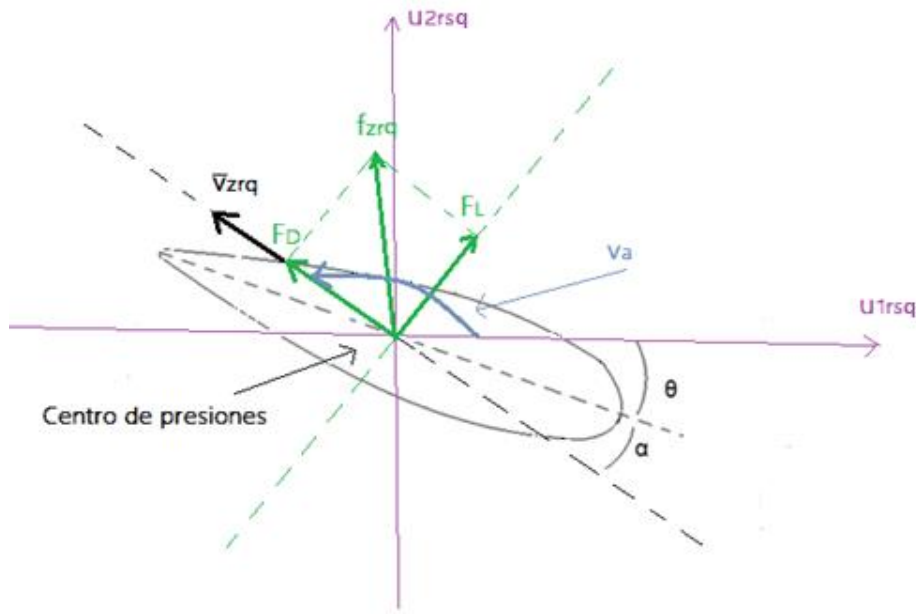


Figura 37. Representación parámetros sobre la sección de estudio.

(Elaboración propia)

Las fuerzas aerodinámicas sobre el álabe se calcularán según:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho C_L(\alpha) \|\bar{v}_{zrq}\|^2 cdz$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D(\alpha) \|\bar{v}_{zrq}\|^2 cdz$$

Donde,  $\rho$ , es la densidad del aire,  $C_L(\alpha)$  y  $C_D(\alpha)$ , son coeficientes adimensionales de empuje y de resistencia, que dependen del ángulo de ataque  $\alpha$  y de las características del perfil elegido,  $\|\bar{v}_{zrq}\|$  es el módulo de la proyección ortogonal de la velocidad relativa,  $c$ , es la cuerda de la sección de estudio sobre el álabe y,  $dz$ , corresponde al grosor de la sección de estudio del álabe

El coeficiente adimensional de resistencia ( $C_D(\alpha)$ ) se calcula como el sumatorio del coeficiente de resistencia de la sección del perfil y la ayuda de este a la resistencia inducida del álabe. Esto se expresa como:

$$C_D(\alpha) = C_{D0}(\alpha_0) + C_i$$

Donde,  $C_i = \frac{C_L^2}{\eta A e}$  siendo,  $A$  el alargamiento del álabe y  $e$ , el coeficiente de eficiencia de Oswald.

Por otro lado, el valor del módulo de la proyección ortogonal de la velocidad relativa, será el conjunto de las componentes del viento en el plano  $u_{1rsq}$  y  $u_{2rsq}$ . De los cálculos anteriores se deriva que:

$$\begin{aligned} \|\bar{v}_{zrq}\|^2 &= V_{1zrq}^2 + V_{2zrq}^2 = \\ &= -\cos(r)^2 \cos(s)^2 \cos(q)^2 w^2 - 2 \cos(s) \cos(q) \sin(r) \sin(s) \sin(q) w^2 + \\ &2 \cos(s)^2 \cos(q)^2 w^2 - 2 \cos(r) \cos(s) \sin(q) z \dot{r} w - 2 \cos(r) \cos(s) a \dot{r} w + 2 \sin(q) a z \dot{r}^2 + \\ &\cos(r)^2 \cos(s)^2 w^2 - \cos(s)^2 w^2 - \cos(q)^2 w^2 - \cos(q)^2 z^2 \dot{r}^2 + a^2 \dot{r}^2 + z^2 \dot{r}^2 + w^2 \end{aligned}$$

El conjunto de todas estas operaciones es necesario para proceder al cálculo de los parámetros más relevantes sobre nuestra sección de estudio. A continuación se obtiene el ángulo de ataque y las fuerzas aerodinámicas resultantes, respectivamente, descritas en la Figura 38.

$$\tan(\pi - \theta - \alpha) = \frac{V_{2zrq}}{V_{1zrq}} \rightarrow \alpha$$

Esta expresión también se puede expresar como:

$$\tan(v_a) = \frac{V_{2zrq}}{V_{1zrq}}$$

Siendo  $v_a$ , el ángulo de ataque del viento relativo sobre la sección del álabe de estudio.

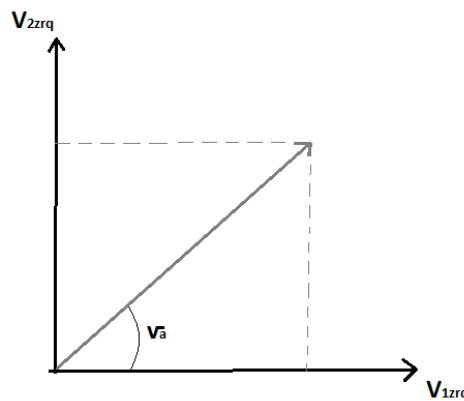


Figura 38. Representación gráfica del ángulo  $v_a$ .

(Elaboración propia)

Se puede observar, que en ángulo de ataque no es un parámetro con valor constante, éste variará durante el funcionamiento de la turbina, y como consecuencia, los coeficientes adimensionales de empuje ( $C_L(\alpha)$ ) y de resistencia ( $C_D(\alpha)$ ), también.

Por otro lado, las componentes de la fuerza resultante  $f_{zrq}$ , en función de la fuerza de empuje o 'Lift' ( $F_L$ ), de resistencia ( $F_D$ ) y del ángulo de ataque del viento relativo sobre la sección del álabe ( $v_a$ ), se definen de la siguiente forma:

$$f_{zrq} = F_{1zrq}u_{1rsq} + F_{2zrq}u_{2rsq}$$

Desarrollando esta expresión obtenemos lo siguiente:

$$f_{zrq} = F_{1zrq}u_{1rsq} + F_{2zrq}u_{2rsq} = [\cos(v_a)F_D + \sin(v_a)F_L] + [\sin(v_a)F_D - \cos(v_a)F_L]$$

Desglosamos  $F_{1zrq}$  y  $F_{2zrq}$ , individualmente:

$$F_{1zrq} = \cos(v_a)F_D + \sin(v_a)F_L = \frac{1}{2}\rho(V_{1zrq}C_D + V_{2zrq}C_L)V_{zrq}cdz$$

$$F_{2zrq} = \sin(v_a)F_D - \cos(v_a)F_L = \frac{1}{2}\rho(-V_{1zrq}C_L + V_{2zrq}C_D)V_{zrq}cdz$$

#### 4.1. PAR DE FUERZAS GENERADA

A continuación, nos ayudaremos de las expresiones anteriores para calcular el par de fuerzas que se ejerce sobre el eje de nuestra turbina. Un par de fuerzas queda caracterizado por su momento, el cual, se define como una magnitud vectorial que tiene por módulo el producto de cual sean las fuerzas resultantes en el sistema por la distancia (perpendicular) entre ellas.

Para el cálculo del par de fuerzas o "torque", se empleara  $F_{1zrq}$ . Sin embargo, la componente  $F_{2zrq}$ , no influye en el par de fuerzas generado sobre el eje de la turbina. Se puede observar en la Figura 39, la representación del par de fuerzas sobre la turbina,

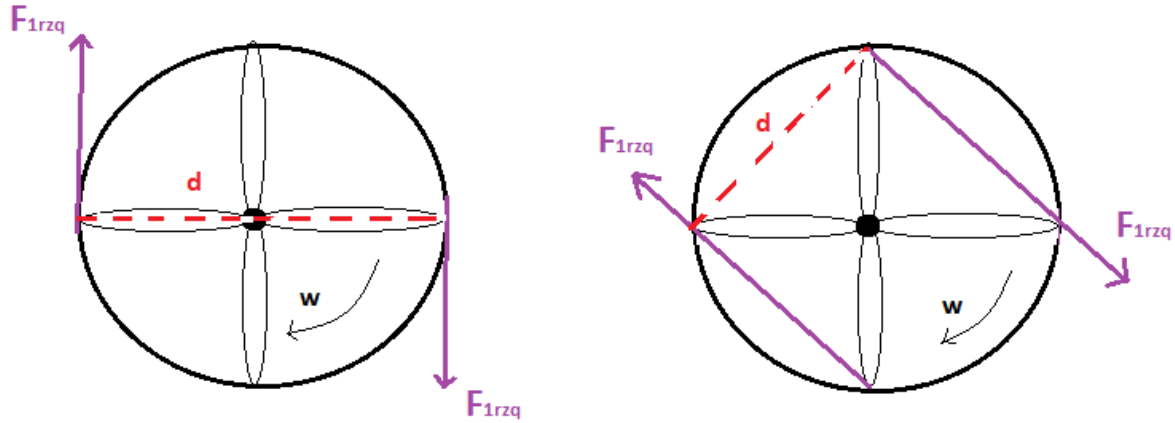


Figura 39. Momento par de fuerzas.

(Elaboración propia)

generando una rotación o torque, donde el parámetro  $d$  representa la distancia entre las fuerzas que forman el par, también llamado brazo del par.

La expresión del torque generado sobre el eje de la turbina para todas las secciones del álabe se calcula de la siguiente manera:

$$M = \int_0^b (a + z \sin(q)) F_{1zrq} dz = \frac{1}{2} \rho \int_0^b (a + z \sin(q)) (V_{1zrq} C_D + V_{2zrq} C_L) V_{zrq} c dz$$

Esta expresión se calcularía para sección de cada uno de los álabe de nuestro mecanismo. Para proceder de una forma más simple al cálculo del par de fuerzas total que entrega cada álabe, promediamos  $M$  alrededor de un ciclo, de tal forma que:

$$M_T = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M dr$$

El par de fuerzas total obtenido en el cada álabe se debe multiplicar por el número de palas que tenga el mecanismo. Denominaremos como  $N$ , al número de álabe.

A partir del torque generado en el mecanismo, se calcularía la aceleración. Esta expresión corresponde a la segunda derivada de  $\dot{r}$ , parámetro definido como velocidad angular



de la turbina. Por lo tanto, dado un valor  $\dot{r}(0)$ ,  $\dot{r}(t)$  evoluciona de forma transitoria, dando lugar a la siguiente expresión diferencial:

$$\ddot{r} = k(NM_T(\dot{r}) - M_0)$$

Donde,  $k$  se define como el momento de inercia del mecanismo,  $M_0$  es el torque que ofrece de resistencia el mecanismo rotor.

El parámetro  $M_0$ , relaciona la potencia que entregada debida al accionamiento de un generador frente a la potencia perdida por fricción. Por lo tanto, esto se puede expresar como:

$$M_0 = \frac{W}{\dot{r}}$$

Donde  $W$ , es la potencia entregada, cuyo valor es positivo.

En el caso de la turbina de nuestro estudio, la potencia será nula, ya que nos encontramos bajo el fenómeno de autogiro explicado en las secciones anteriores. Por lo tanto, centrándonos en el mecanismo propuesto, se calculará el valor de  $\dot{r}$ , para que el torque sea nulo.

#### 4.2. FUERZA DE ARRASTRE GENERADA

A continuación calculamos la fuerza de arrastre o 'Lift' que se genera en la turbina. Esta fuerza es el sumatorio de todos los valores de  $f_{zrq}$  cuando  $z$  varía, promediados en todas las posiciones del ángulo  $r$ . Por lo tanto, la fuerza de arrastre de un álabe en una posición  $r$ , se calcula integrando en todas las secciones del álabe, según la expresión:

$$f_r = \int_0^b f_{zrq} dz = \left( \int_0^b F_{1zrq} dz \right) u_{1rsq} + \left( \int_0^b F_{2zrq} dz \right) u_{2rsq}$$

Al igual que en el caso anterior, se calcula el valor promedio de la fuerza de arrastre generada total por un álabe en un ciclo de la turbina. Esta será:

$$f = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_r dr$$

Este vector, está compuesto por tres componentes. Cada una de ellas se calcula de la siguiente forma:

$$F_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b \cos(s) \cos(r) F_{1rzs} + (-\cos(s) \sin(r) \sin(q) + \sin(s) \sin(q)) F_{2rzs} dz dr$$

$$F_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b -\sin(r) \cos(r) F_{1rzs} + (\sin(s) \sin(r) \cos(q) + \cos(s) \sin(q)) F_{2rzs} dz dr$$

$$F_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b \sin(r) F_{1rzs} + \cos(r) \cos(q) F_{2rzs} dz dr$$

Como en el caso anterior, se debe multiplicar esta fuerza 'Lift' de cada álabe, por el número de ellos ( $N$ ) que tendrá la turbina. El resultado obtenido será la fuerza de arrastre resultante.

$$f_T = Nf = N(\hat{i}F_i + \hat{j}F_j + \hat{k}F_k)$$

## CAPITULO 5: ESTUDIO DEL MODELO AERODINÁMICO SOBRE LA EMBARCACIÓN

### 5.1. FUERZAS AERODINÁMICAS

A parte de las fuerzas resultantes sobre en perfil aerodinámico, también se deben tener en cuenta determinados parámetros y fuerzas sobre la embarcación del estudio.

Dentro de la turbina del modelo estudiado, se introducen varias complicaciones. Entre ellas, se añade la dificultad debida a la rotación que realiza el rotor cuando se encuentra en funcionamiento. Esto provoca que la velocidad y dirección relativas del flujo de aire que incide sobre cada álabe varíen en cada instante, modificándose también el ángulo de ataque y las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo.

Por otro lado, a parte del mecanismo rotor, se debe tener en cuenta que las fuerzas resultantes en el mecanismo rotor, se ven afectadas por varios factores, posición en la que se encuentran, el rumbo de la embarcación, la dirección del flujo de aire, etc.

En esta sección se describirán los parámetros más importantes que se deben considerar a la hora de realizar la metodología práctica de este estudio.

Como se ha dicho, en este estudio aerodinámico partimos de un modelo de turbina en el cual los álabes se encuentran sobre las generatrices de un cono, y el eje de rotación de la misma, forma un ángulo comprendido entre los  $0^\circ$  y  $90^\circ$  respecto la dirección del viento.

En la Figura 40, se representa una vista en planta del rotor de estudio. En él se ilustran los ángulos que afectan a la fuerza total resultante respecto al mecanismo rotor. Estas variables se definen como,  $g$  ángulo formado entre la dirección de la corriente de aire y el rumbo de la embarcación,  $h$  ángulo de ataque del rotor con el viento,  $\bar{S}$  ángulo entre el eje del rotor y el plano del mar,  $\overline{S_m}$ , considerado el valor máximo del ángulo  $S$ , y por último el ángulo  $t$ , ángulo entre la inclinación del rotor y el plano horizontal xy. Todos estos valores se calculan en grados.

A lo largo del modelo aerodinámico, se ha obviado el ángulo existente entre el plano de rotación de la turbina respecto al barco y el plano del mar, o la dirección del viento, ya que estos dos últimos son paralelos.

Además, se puede observar el vector  $E(e_1, e_2, e_3)$ , esta resultante es función de los ángulos  $S_m$ ,  $h$  y  $t$ . Cada una de sus componentes se calculará en esta sección.

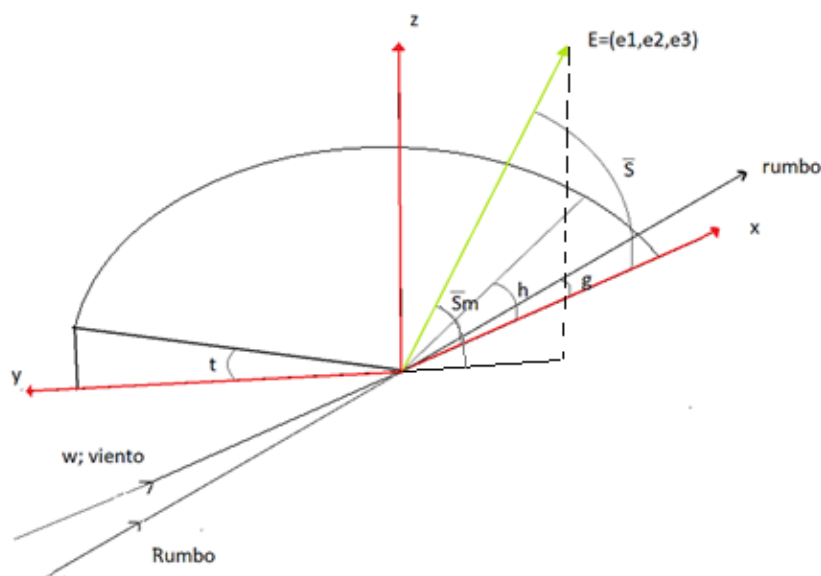


Figura 40. Representación en planta del rotor de estudio.

(Elaboración propia)

Cuando una embarcación se encuentra en movimiento, el viento se percibe de forma diferente debido a dos factores, la composición de las velocidades del viento y de la velocidad del barco. Como resultado de la suma vectorial de los dos anteriores se obtiene una fuerza denominada viento aparente (Figura 41).

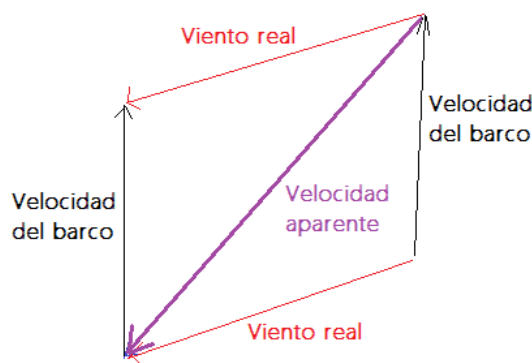


Figura 41. Velocidad aparente.

(Elaboración propia)

Teniendo en cuenta las fuerzas fluctuantes derivadas de la posición e inclinación del mecanismo rotor, y la dirección de la embarcación, se obtiene una fuerza resultante bajo una velocidad de autorrotación que genera de forma auxiliar o íntegramente la propulsión de la embarcación ( $F_m$ ), en Newtons.

A esa velocidad de rotación, la fuerza aerodinámica que ejerce el viento relativo sobre el conjunto de álabes, tiene una componente perpendicular a la corriente del viento (Lift) y otra en la dirección del viento (Drag).

En la Figura 42, se representa la fuerza resultante total que realiza la turbina,  $F_m = (f_1, f_2, f_3)$  expresada en los ejes  $x, y, z$ , junto con sus componentes de arrastre o 'Lift' y resistencia o 'Drag'. Donde:

$$f_d = f_1 \cos(g) + f_2 \sin(g)$$

$$f_s = f_1 \sin(g) + f_2 \cos(g)$$

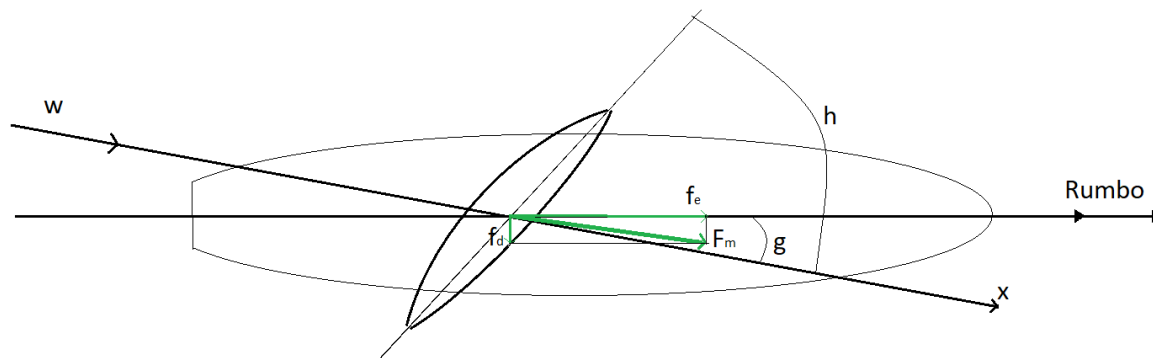


Figura 42. Representación de las fuerzas de empuje y escora, y ángulo formado entre el ángulo de ataque del rotor con el viento ( $h$ ).

(Elaboración propia)

El objetivo buscado es el cálculo de la fuerza resultante real que ejerce la turbina ( $F$ ), en Newtons, teniendo en cuenta todos los parámetros nombrados hasta ahora. Por lo tanto, en primer lugar tenemos que:

$$F_m = (f_1, f_2, f_3) = R_t F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(t) & -\sin(t) \\ 0 & \sin(t) & \cos(t) \end{pmatrix} F$$

Para el cálculo de  $F_m$ , se utiliza un modelo aerodinámico donde la dirección del viento viene dada por el vector  $(w, 0, 0)$ , y el eje de rotación es  $(\sin(s), 0, \cos(s))$ .

En la siguiente sección, se realiza una tabla donde se refleja la velocidad del viento frente al ángulo de escora de la turbina. De esta forma, se fija el valor máximo de  $S$ , es decir  $S_m$ .

Por otro lado, para obtener  $S$  y  $t$ , en grados, se hallan cada uno de sus valores entre  $0 < h < 180$ . Siendo  $h$ , el ángulo de ataque del rotor con el viento. Para ello, en primer lugar, obtenemos el vector  $E(e_1, e_2, e_3)$ , representado en la Figura 40. De tal forma que:

$$e_1 \cos(h) + e_2 \sin(h) = 0$$

Donde  $e_2$  y  $e_3$  se pueden describir de la siguiente forma:

$$e_2 = \pm \sqrt{1 - e_1^2 - e_3^2}$$

$$e_3 = \cos(S_m)$$

Sustituyendo este valor de  $e_2$  en la ecuación de partida obtenemos lo siguiente:

$$e_1 \cos(h) = \left( \pm \sqrt{1 - e_1^2 - e_3^2} \right) \sin(h) \rightarrow e_1^2 \cos^2(h) = (1 - e_1^2 - e_3^2) \sin^2(h)$$

Agrupando los términos y sustituyendo finalmente el valor de  $e_3$ , conseguimos el valor de  $e_1$ , en función  $h$  y  $S_m$ . Es decir:

$$e_1^2 = (1 - e_3^2) \sin^2(h) = (1 - \cos^2(S_m)) \sin^2(h) > 0 \rightarrow \text{Tiene solución}$$

$$e_1 = \sin(S_m) \sin(h)$$

El valor de  $e_2$ , sustituyendo los valores obtenidos será:

$$e_2 = \pm \sqrt{1 - \sin^2(S_m) \sin^2(h) - \cos^2(S_m)} = \pm \sqrt{\sin^2(S_m) - \sin^2(S_m) \sin^2(h)}$$

$$e_2 = \sin(S_m) \cos(h)$$

Finalmente agrupando los valores del vector  $E(e_1, e_2, e_3)$  obtendremos la siguiente expresión, donde los ángulos  $S_m$  y  $h$ , se puede observar que son coordenadas esféricas de  $E$ . Es decir:

$$E(\sin(S_m) \sin(h), \sin(S_m) \cos(h), \cos(S_m))$$

A continuación fijamos el valor del ángulo de ataque del rotor con el viento ( $h$ ), para poder encontrar los valores de los ángulos entre la dirección del viento y la fuerza resultante ( $S$ ) y el ángulo de inclinación del mecanismo rotor ( $t$ ). Las expresiones trigonométricas, calculadas en grados, empleadas serán:

$$e_1 = \sin(S)$$

$$e_2 \cos(t) + e_3 \sin(t) = 0$$

$$\text{tg}(t) = -\frac{e_2}{e_3}$$

Finalmente, con los datos anteriores calculados, podemos obtener el valor de  $F$ . Como se ha dicho anteriormente, el cálculo de las fuerzas se utiliza un modelo aerodinámico donde la dirección del viento viene dada por el vector  $(w, 0, 0)$ , y el eje de rotación es  $(\sin(s), 0, \cos(s))$ , como se representa en la Figura 43.

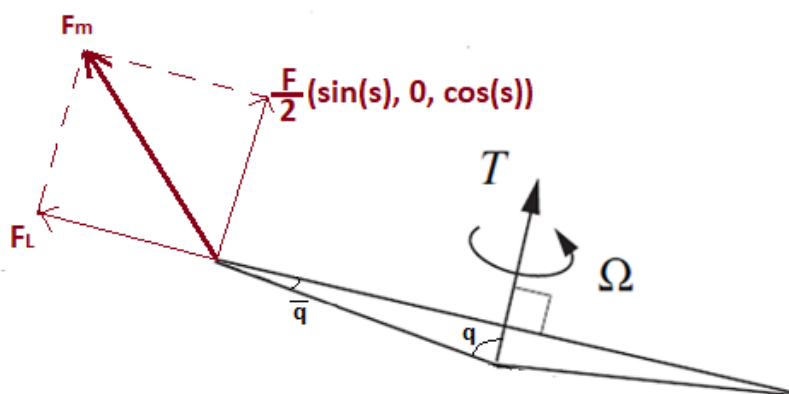


Figura 43. Representación geométrica de las fuerzas generadas en el álabe.

(Elaboración propia)

Según lo dicho, sabemos que la fuerza centrífuga, en Newtons, se obtiene de la siguiente forma:

$$F_c = Mr_1^2$$

Donde,  $M$ , se define como la masa del mecanismo en kilogramos, y  $r_1^2$  es la aceleración angular del mecanismo rotor en radianes por segundo al cuadrado.

Para realizar esta operación, se debe tener en cuenta que el parámetro  $r_1$  se calcula previamente en revoluciones por minuto. Según la Segunda Ley de Newtons, las unidades correspondientes para el cálculo de estos parámetros son  $kg$  para la masa, y  $rad/s^2$  para la aceleración.

Para ese motivo, a la hora de realizar el cálculo de dicha fuerza, por ejemplo, para la situación de la Figura 43, caso de una turbina bipala, aparece en el denominador la constante 886, correspondiente al factor empleado para el cambio de unidades.

$$F_c = F(\sin(S), 0, \cos(S)) = \frac{2Mr_1^2}{886} \cotg(q)$$

Para resolver esta ecuación se debe calcular el ángulo de conicidad,  $q$ , en grados.

Una vez obtenido el valor de  $F$ , en Newtons, se multiplica por la correspondiente matriz de rotación  $R_t$ , y obteniendo como resultante el valor de la fuerza generada en el



sistema de coordenadas estándar ( $F_m$ ). Por otro lado, también obtenemos sus componentes,  $f_d$  y  $f_s$ , en Newtons.

$$F_m = (f_1, f_2, f_3) = R_t F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(t) & -\sin(t) \\ 0 & \sin(t) & \cos(t) \end{pmatrix} F \rightarrow F_m$$

El valor de las componentes de la fuerza resultante como se ha indicado anteriormente es el siguiente:

$$f_d = f_1 \cos(g) + f_2 \sin(g)$$

$$f_s = f_1 \sin(g) + f_2 \cos(g)$$

En este estudio se considera la incidencia del viento respecto los rumbos ( $g$ ) siguientes:

- Rumbo de ceñida, navegación lo más cercana posible a la incidencia del viento, formando el menor ángulo posible contra su dirección. El valor de  $g$  en este caso sería de **45** grados.
- Rumbo de través, como bien indica su nombre, el viento se recibe por el través de la embarcación. El rumbo tendrá un valor de **90** grados respecto la dirección del viento.
- Rumbo de aleta, se considera que la embarcación navega con un rumbo de unos **150** grados respecto del viento.

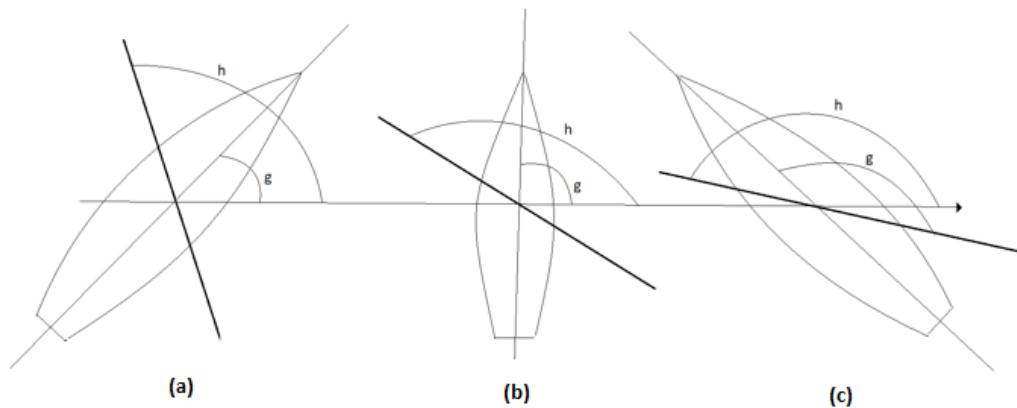


Figura 44. (a) Rumbo de Ceñida (b) Rumbo a través (c) Rumbo de aleta.

(Elaboración propia)

## 5.2. APLICACIÓN DE MATLAB SOBRE EL MODELO AERODINÁMICO

A continuación se implementará el paradigma desarrollado sobre el mecanismo rotor de estudio. En esta sección se realizan los cálculos de todos los parámetros especificados, ayudándonos de una herramienta de software matemático, MATLAB (MATrix LABoratory).

Comenzaremos los cálculos introduciendo los valores característicos de nuestro mecanismo. Además, el perfil aerodinámico elegido para este estudio es el NACA 8-H-12 rotorcraft AIRFOIL.

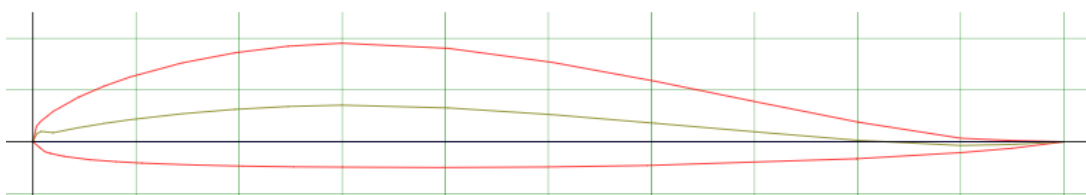


Figura 45. Perfil aerodinámico NACA 8-H-12 rotorcraft AIRFOIL.

(Airfoil Tools, s.f.)

Una vez fijado el valor entre el eje del rotor y el plano del mar ( $S_m$ ), también determinamos un valor de entrada para el ángulo ( $h$ ), definido como el ángulo de ataque del rotor con el viento, ambos parámetros en grados.

A continuación, se proponen varios ejemplos, donde se podrá observar como aumenta o disminuye la fuerza de arrastre resultante para distintos valores del ángulo de ataque del rotor con el viento ( $h$ ).

Previamente, se hace un breve inciso para definir varios parámetros con los que se tratará a continuación y no se han definido anteriormente:

[ $par$ ,  $LD$ ,  $\rho$ ,  $R$ ,  $r1$ ,  $w$ ]

- $par$ , en él se definen los parámetros de la turbina de estudio, como se indica a continuación:

$$par = [a \ b \ c \ p \ q \ w]$$

- $LD$ , matriz de coeficientes Lift y Drag. Esta matriz está definida por cuatro columnas, donde se definen los coeficientes adimensionales Lift y Drag, para

dos números de Reynolds distintos. Como se ha dicho anteriormente, estos coeficientes se extraen para el modelo NACA 8-H-12 rotorcraft AIRFOIL.

- $\rho$ , se define como la densidad del aire, es decir,  $1,225 \text{ kg/m}^3$ .
- $R$ , es el coeficiente de carga de la turbina. Se debe destacar que para este estudio, este coeficiente es cero, no se ha tenido en cuenta.
- $r_1$ , se define como el número de vueltas por minuto que realiza el rotor de estudio. El número de revoluciones por minuto iniciales empleada para cálculos posteriores es de 1000 rpm.
- $w$ , velocidad del viento en metros por segundo. En este estudio se ha fijado su valor en 20 m/s.

Por lo tanto, los datos de partida para el primer ejemplo propuesto son los siguientes:

- Radio entre la base del álabe y eje de la turbina:  $a = 0.5 \text{ m}$
- Longitud del álabe:  $b = 1.4 \text{ m}$
- Longitud de la cuerda:  $c = 0.18 \text{ m}$
- Ángulo formado entre la cuerda y la tangente del eje de la turbina:  $p = 5^\circ$
- Ángulo de conicidad:  $q = 90^\circ$
- Numero de álabes:  $N = 2$
- Masa:  $M = 3 \text{ kg}$
- Viento:  $w = 20 \text{ m/s}$
- Rumbo:  $g = 90^\circ$
- Ángulo entre el eje del rotor y el plano del mar:  $S_m = 30^\circ$

$$par = [.5 \ 1.4 \ .18 \ 5 \ 89.7379 \ 20]$$

## EJEMPLO 1

En primer lugar fijamos el ángulo de ataque del rotor con el viento:  $h = 45^\circ$

A continuación con el valor ambas variables, calculamos las componentes de vector correspondiente al eje del rotor,  $E(e_1, e_2, e_3)$ . Siendo estas:

$$S_m = 30 * \pi / 180;$$

$$h = 45 * \pi / 180;$$

$$e1 = \sin(S_m) * \sin(h);$$

$$e2 = \sin(S_m) * \cos(h);$$

$$e3 = \cos(S_m);$$

$$E = [ 0.3536 \quad 0.3536 \quad 0.8660 ]$$

$$e1 = 0.3536$$

$$e2 = -0.3536$$

$$e3 = 0.8660$$

A raíz de estos valores, se define,  $S$ , ángulo entre la dirección del viento y la fuerza resultante, en grados, según:

$$>> S = \arcsin(e1) * 180 / \pi;$$

$$S = 20.7048^\circ$$

Seguidamente, calculamos, en grados, el ángulo ( $t$ ), ángulo entre la inclinación del rotor y el plano horizontal xy:

$$>> t = \arctan(-e2/e3) * \pi / 180$$

$$t = 22.2077^\circ$$

Asimismo, con el valor de este ángulo obtenemos el valor de la matriz de rotación correspondiente a nuestro modelo rotor.

- Matriz de rotación ( $R_t$ )

$$>> R_t = [1 \ 0 \ 0; 0 \ \cos(t) \ -\sin(t); 0 \ \sin(t) \ \cos(t)]$$

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.9767 & 0.2148 \\ 0 & -0.2148 & -0.9767 \end{bmatrix}$$

Con esto datos, se aplica el algoritmo `rev` con la finalidad de obtener el valor del número de revoluciones a las que estaciona el rotor ( $r_1$ ). Este algoritmo empleado se encuentra en la página 117 del Anexo 01.

Dicho de otra forma, el algoritmo realizará sucesivas iteraciones hasta conseguir el número de vueltas que efectúa el rotor hasta que el toque sea nulo.

```
>> r1=rev(par,LD,rho,R,1000,20)
```

$$r_1 = 1385.9 \text{ vueltas}$$

Comprobamos el valor nulo del torque a las 1385.9 vueltas. Se debe tener en cuenta que el error fijado fue de 0,1, por ello no obtenemos el valor de cero absoluto. El resultado final puede afinarse más, aumentando el número de subdivisiones del álabe de estudio (n), como consecuencia de ello, será mayor el número de iteraciones que realice el programa.

```
>> T(par,LD,rho,1385.9,20)
```

$$T = -0.0181 \text{ N}$$

A continuación, calculamos, en Newtons, con la función  $F$ , el vector de la fuerza de arrastre (Thrust). Las componentes reflejadas en el vector corresponden a la fuerza en la dirección del viento, en la dirección lateral, y en el eje z, respectivamente.

```
F0=F(par,LD,rho,1385.9,20)
```

$$F = (1099.6 \quad -0 \quad -320.3)$$

$$\|\vec{F}\| = 1145.3001 \text{ N}$$

Una vez obtenido este vector, calculamos con su valor el ángulo de elevación del álabe ( $q$ ). Este parámetro depende de dos valores, en primer lugar del vector fuerza de arrastre, y en segundo lugar de la fuerza centrífuga.

- Valor fuerza centrífuga ( $N$ ).

```
> Fc=[sin(s0) 0 cos(s0)]*F0
```

$$F_c = 1145.3 \text{ N}$$

- Ángulo de elevación del álabe ( $^\circ$ ).

```
>> q=atan(2*3*r1^2/(886*Fc))*180/pi
```

$$q = 84.9682^\circ$$

Finalmente obtenemos la fuerza generada en el sistema de coordenadas estándar ( $F_m$ ), y por otro lado, también obtenemos sus componentes,  $f_d$  y  $f_s$ .

- Fuerza generada en el sistema de coordenadas estándar ( $F_m$ ).

Para el cálculo de  $F_m$ , recordamos que se utiliza un modelo aerodinámico donde la dirección del viento viene dada por el vector  $(w, 0, 0)$ , y el eje de rotación es  $(\sin(s), 0, \cos(s))$ .

- Cálculo de la fuerza de arrastre generada ( $F_m$ ).

```
>> Fm=Rt*F0
```

$$F_m = \begin{bmatrix} 1099.6 \\ -68.80 \\ 312.8 \end{bmatrix}$$

$$\|\vec{F_m}\| = 1145.2936 \text{ N}$$

- Componentes de la fuerza de arrastre generada,  $f_d$  y  $f_s$ .

```
>> fd=Fm(1)
```

$$f_d = 1099.6 \text{ N}$$

```
>> fs=Fm(2)
```

$$f_s = -68.8 \text{ N}$$

## EJEMPLO 2

En este segundo modelo fijamos un valor de ángulo de ataque del rotor con el viento igual a  $30^\circ$ .

Volvemos a resolver el paradigma propuesto, y de esta forma observaremos como difiere de la fuerza resultante anterior.

```
Sm=30*pi/180;
h=30*pi/180;
e1=sin(Sm)*sin(h);
e2=sin(Sm)*cos(h);
e3=cos(Sm);
E=[ 0.2500    -0.4330    0.8660]
```

$$e1 = 0.2500$$

$$e2 = -0.433$$

$$e3 = 0.8660$$

Ángulo entre la dirección del viento y la fuerza resultante,  $S$ :

```
>> S=asin(e1)*180/pi;
```

$$S = 14.4775^\circ$$

Ángulo entre la inclinación del rotor y el plano horizontal  $xy$  ( $t$ ):

```
>> t=arctan(-e2/e3)*pi/180
```

$$t = 26.5651^\circ$$

Matriz de rotación ( $R_t$ ):

```
>> Rt=[1 0 0; 0 cos(t) -sin(t); 0 sin(t) cos(t)]
```

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1380 & -0.9904 \\ 0 & 0.9904 & 0.1380 \end{bmatrix}$$

Número de revoluciones a las estaciona el rotor ( $r_1$ ):

```
>> r1=rev(par,LD,rho,R,1000,20)
```

$$r_1 = 1360.9 \text{ vueltas}$$

Comprobamos el valor nulo del torque a las 1360.9 vueltas calculando el torque:

```
>> T(par,LD,rho,1360.9,20)
```

$$T = 0.0049 \text{ N}$$

Fuerza de arrastre (Thrust) y su componente lateral y en el eje z, respectivamente:

```
F0=F(par,LD,rho,1360.9,20)
```

$$F = (1041.0 \quad -0 \quad -367.2)$$

$$\|\vec{F}\| = 1103.8645 \text{ N}$$

Fuerza centrífuga ( $F_c$ ):

```
> Fc=[sin(s0) 0 cos(s0)]*F0
```

$$F_c = 1103.9 \text{ N}$$

Ángulo de elevación del álabe ( $q$ ):

```
>> q=atan(2*3*r1^2/(886*Fc))*180/pi
```



$$q = 84.9703^\circ$$

Fuerza generada en el sistema de coordenadas estándar ( $F_m$ ):

>>  $F_m = R_t * F_0$

$$F_m = \begin{bmatrix} 1041.0 \\ 363.7 \\ -50.7 \end{bmatrix}$$

$$\|\vec{F_m}\| = 1103.87 \text{ N}$$

- Componentes de la fuerza de arrastre generada,  $f_d$  y  $f_s$ .

>>  $f_d = F_m(1)$

$$f_d = 1041 \text{ N}$$

>>  $f_s = F_m(2)$

$$f_s = 363.7 \text{ N}$$

### EJEMPLO 3

En este tercer modelo fijamos un valor de ángulo de ataque del rotor con el viento igual a  $60^\circ$ .

Volvemos a resolver el paradigma propuesto, y de esta forma observaremos como difiere de la fuerza resultante anterior.

$$S_m = 30 * \pi / 180;$$

$$h = 60 * \pi / 180;$$

$$e1 = \sin(S_m) * \sin(h);$$

$$e2 = \sin(S_m) * \cos(h);$$

$e_3 = \cos(S_m)$  ;

$E = [ 0.4330 \quad -0.2500 \quad 0.8660 ]$

$$e_1 = 0.4330$$

$$e_2 = -0.2500$$

$$e_3 = 0.8660$$

Ángulo entre la dirección del viento y la fuerza resultante,  $S$ :

`>> S=asin(e1)*180/pi;`

$$S = 25.6589^\circ$$

Ángulo entre la inclinación del rotor y el plano horizontal xy ( $t$ ):

`>> t=arctan(-e2/e3)*pi/180`

$$t = 16.1021^\circ$$

Matriz de rotación ( $R_t$ ):

`>> Rt=[1 0 0; 0 cos(t) -sin(t); 0 sin(t) cos(t)]`

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.9233 & 0.3840 \\ 0 & -0.3840 & -0.9233 \end{bmatrix}$$

Número de revoluciones a las estaciona el rotor ( $r_1$ ):

`>> r1=rev(par,LD,rho,R,1000,20)`

$$r_1 = 712.500 \text{ vueltas}$$

Comprobamos el valor nulo del torque a las 1360.9 vueltas calculando el torque:

`>> T(par,LD,rho,712.5,20)`

$$T = 0.0480 \text{ N}$$

Fuerza de arrastre (Thrust) y su componente lateral y en el eje z, respectivamente:

$$F_0 = F(\rho, L, D, \rho, 712.5, 20)$$

$$\mathbf{F} = (155.5082 \quad 0.0000 \quad 264.2059)$$

$$\|\vec{F}\| = 306.5739 \text{ N}$$

Fuerza centrífuga ( $\mathbf{F}_c$ ):

$$> F_c = [\sin(s_0) \quad 0 \quad \cos(s_0)] * F_0$$

$$\mathbf{F}_c = 306.5687 \text{ N}$$

Ángulo de elevación del álabe ( $q$ ):

$$>> q = \text{atan}(2 * 3 * r_1^2 / (886 * F_c)) * 180 / \pi$$

$$q = 84.9042^\circ$$

Fuerza generada en el sistema de coordenadas estándar ( $\mathbf{F}_m$ ):

$$>> F_m = R_t * F_0$$

$$\mathbf{F}_m = \begin{bmatrix} 155.5082 \\ 101.4614 \\ -243.9475 \end{bmatrix}$$

$$\|\vec{F}_m\| = 306.5739 \text{ N}$$

- Componentes de la fuerza de arrastre generada,  $f_d$  y  $f_s$ .

$$>> f_d = F_m(1)$$

$$f_d = 155.5082 \text{ N}$$

$$>> f_s = F_m(2)$$

$$f_s = 101.4614 \text{ N}$$

#### EJEMPLO 4

En este cuarto ejemplo, evaluamos la fuerza de arrastre resultante para un ángulo de ataque del rotor con el viento igual a  $90^\circ$ .

Cálculo del vector correspondiente al eje del rotor  $E(e_1, e_2, e_3)$ :

$$S_m = 30 \cdot \pi / 180;$$

$$h = 90 \cdot \pi / 180;$$

$$e_1 = \sin(S_m) \cdot \sin(h);$$

$$e_2 = \sin(S_m) \cdot \cos(h);$$

$$e_3 = \cos(S_m);$$

$$E = \begin{bmatrix} 0.5000 & -0.0000 & 0.8660 \end{bmatrix}$$

$$e_1 = 0.5000$$

$$e_2 = -0.0000$$

$$e_3 = 0.8660$$

Ángulo entre la dirección del viento y la fuerza resultante,  $S$ :

$$>> S = \arcsin(e_1) \cdot 180 / \pi;$$

$$S = 30^\circ$$

Ángulo entre la inclinación del rotor y el plano horizontal xy ( $t$ ):

$$>> t = \arctan(-e_2/e_3) \cdot \pi / 180$$

$$t = 0^\circ$$

Matriz de rotación ( $R_t$ ):

$$>> R_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0; & 0 & \cos(t) & -\sin(t); & 0 & \sin(t) & \cos(t) \end{bmatrix}$$

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Número de revoluciones a las estaciona el rotor ( $r_1$ ):

```
>> r1=rev(par,LD,rho,R,1000,20)
```

$$r_1 = 0 \text{ vueltas}$$

Comprobamos el del torque:

```
>> T(par,LD,rho,0,20)
```

$$T = -5.5962 \text{ N}$$

Fuerza de arrastre (Thrust) y su componente lateral y en el eje z, respectivamente:

```
F0=F(par,LD,rho,0,20)
```

$$F = (31.5104 \quad -0.0000 \quad 41.8476)$$

$$\|\vec{F}\| = 52.3844 \text{ N}$$

Fuerza centrífuga ( $F_c$ ):

```
> Fc=[sin(s0) 0 cos(s0)]*F0
```

$$F_c = -52.0352 \text{ N}$$

Ángulo de elevación del álabe ( $q$ ):

```
>> q=atan(2*3*r1^2/(886*Fc))*180/pi
```

$$q = 0^\circ$$

Fuerza generada en el sistema de coordenadas estándar ( $F_m$ ):

>>  $F_m = R_t * F_0$

$$F_m = \begin{bmatrix} 31.5104 \\ 41.7729 \\ 2.5001 \end{bmatrix}$$

$$\|\vec{F_m}\| = 52.3845 \text{ N}$$

- Componentes de la fuerza de arrastre generada,  $f_d$  y  $f_s$ .

>>  $f_d = F_m(1)$

$$f_d = 31.5104 \text{ N}$$

>>  $f_s = F_m(2)$

$$f_s = 41.7729 \text{ N}$$

Para completar la metodología práctica de este estudio, se tabulan los resultados obtenidos al variar la apertura del ángulo de ataque entre el rotor y la dirección del viento, en función del rumbo, velocidad del viento y escora que fijemos.

La finalidad de este procedimiento es conseguir obtener los ángulos de escora y de ataque del rotor con el viento óptimos, la correspondiente fuerza de empuje y el par de escora que genera el rotor, para cualquier valor de velocidad del viento y rumbo de la embarcación.

Por lo tanto, los parámetros que se calculan a continuación son, las componentes de la fuerza de arrastre, fuerza 'drive' y fuerza 'side',  $f_d$  y  $f_s$ , respectivamente, las revoluciones por minuto del mecanismo rotor de estudio, el ángulo de elevación de los álabes y el ángulo de escora.

Asimismo, se representan gráficamente estos valores obtenidos, para tener de esta forma una percepción visual de como varían estos parámetros en función del ángulo del rotor con el viento.

Para este cálculo se escogen los siguientes valores de entrada:

- Radio entre la base del álabe y eje de la turbina:  $a = 0.5 \text{ m}$
- Longitud del álabe:  $b = 1.4 \text{ m}$
- Longitud de la cuerda:  $c = 0.18 \text{ m}$

En este primer ejemplo se variarán los valores del ángulo formado entre la dirección de la corriente de aire y el rumbo de la embarcación, obteniendo de esta forma las siguientes tablas de valores y gráficas.

Rumbo,  $g = 135^\circ$ ; Escora,  $s = 30^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	-12.5895	-21.0442	-47.5630	-126.7978	-126.3382	-89.5720	-33.5637
$f_s \text{ [N]}$	-33.4116	-89.5631	-121.6353	-121.6412	-42.8600	-10.6447	-21.0648
$rpm$	200.0000	431.2500	578.1250	678.1250	578.1250	453.1250	65.6250
$q \text{ [}^\circ\text{]}$	73.4599	78.4709	80.8355	80.8355	80.8355	80.8355	45.4716
$s \text{ [}^\circ\text{]}$	14.4775	20.7048	25.6589	30.0000	25.6589	20.7048	14.4775

Tabla 1. Valores para  $g=135^\circ$ ,  $s=30^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

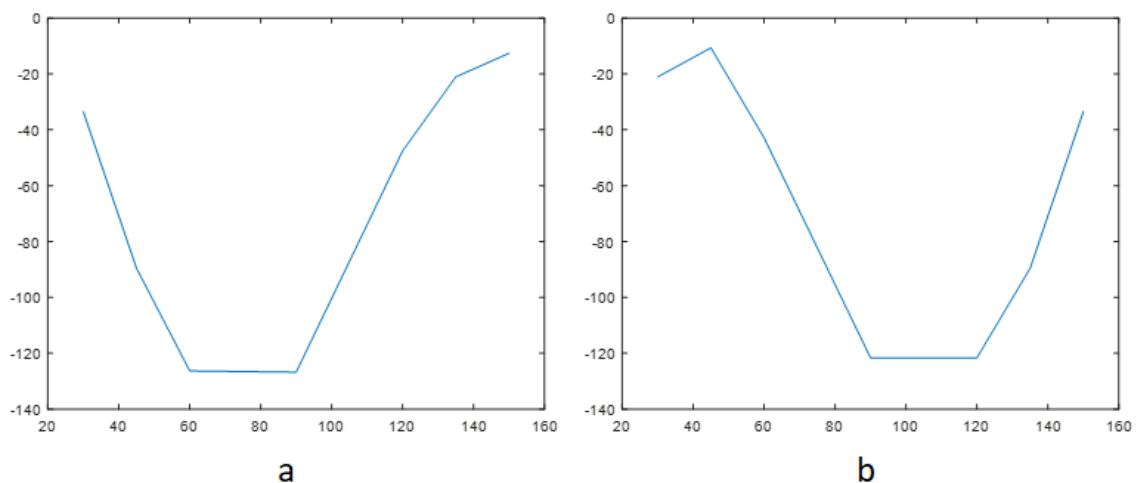


Figura 46. Para  $g=135^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

En este caso, el rumbo en el que se encuentra la embarcación, de denominaría rumbo de aleta, bajo estas circunstancias, el viento que incide sobre la turbina autorrotante no genera fuerza de avance o 'drive', con lo cual, la embarcación no avanzaría.

También se puede observar que el par de escora máximo se genera para los ángulos de ataque del rotor con el viento de 120° y 90°.

Rumbo,  $g = 120^\circ$ ; Escora,  $s = 30^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	<b><math>h(\text{grados})</math></b>						
	<b>150</b>	<b>135</b>	<b>120</b>	<b>90</b>	<b>60</b>	<b>45</b>	<b>30</b>
<b><math>f_d [N]</math></b>	-3.5129	2.8535	-14.4608	-90.9942	-110.9404	-83.7648	-26.9680
<b><math>f_s [N]</math></b>	-35.5311	-91.9580	-129.8008	-150.3141	-74.0983	-33.4649	-29.0340
<b><math>rpm</math></b>	200.000	431.2500	578.1250	678.1250	578.1250	453.1250	65.6250
<b><math>q [^\circ]</math></b>	73.4599	78.4709	80.8355	80.8355	80.8355	80.8355	45.4716
<b><math>s [^\circ]</math></b>	14.4775	20.7048	25.6589	30.0000	25.6589	20.7048	14.4775

Tabla 2. Valores para  $g=120^\circ$ ,  $s=30^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

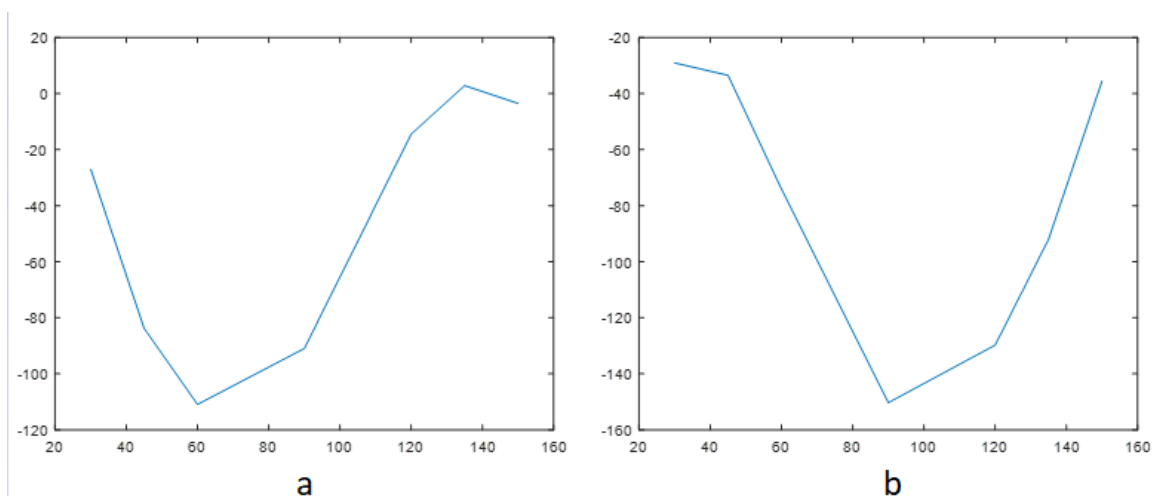


Figura 47. Para  $g=120^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)



El ángulo formado entre la dirección de la corriente de aire y el rumbo de la embarcación todavía es demasiado elevado para generar una fuerza de empuje positiva para la gran mayoría de ángulos de ataque del rotor con el viento.

Por otro lado, es de esperar que la fuerza de escora generada sea máxima para el ángulo de noventa grados ( $h = 90^\circ$ ).

Rumbo,  $g = 90^\circ$ ; Escora,  $s = 30^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	14.7235	48.4502	52.3770	-3.6463	-59.0280	-55.8100	-8.8380
$f_s \text{ [N]}$	-32.527	-78.2112	-119.6412	-175.6729	-119.6412	-70.8639	-38.6282
$\text{rpm}$	200.000	431.2500	578.1250	678.1250	578.1250	453.1250	65.6250
$q \text{ [}^\circ\text{]}$	73.4599	78.4709	80.8355	80.8355	80.8355	80.8355	45.4716
$s \text{ [}^\circ\text{]}$	14.4775	20.7048	25.6589	30.0000	25.6589	20.7048	14.4775

Tabla 3. Valores para  $g=90^\circ$ ,  $s=30^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

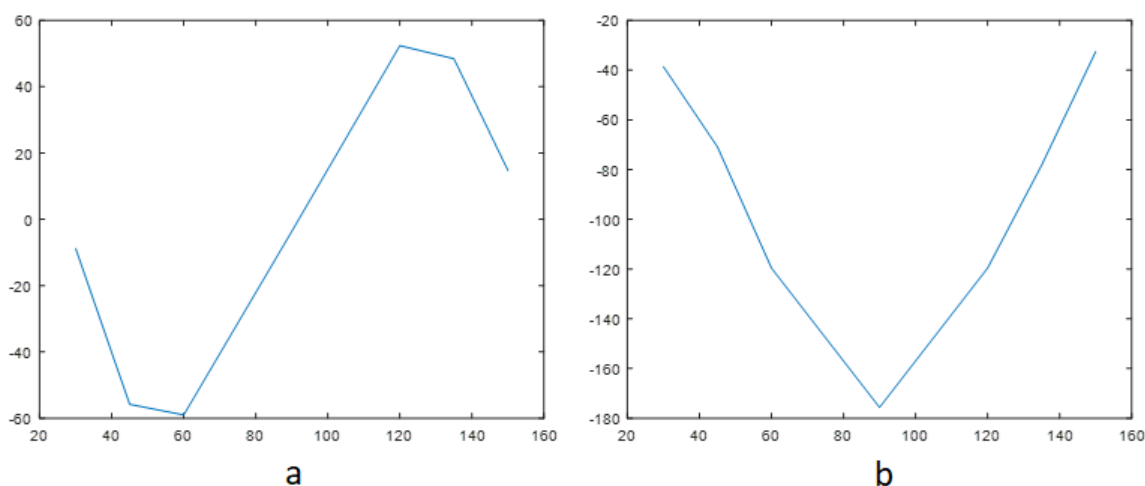


Figura 48. Para  $g=90^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

A medida que se va disminuyendo el ángulo formado entre la dirección del viento y el rumbo de la embarcación, se empiezan a observar fuerzas de empuje positivas para ángulos entre el rotor y el viento elevados.

Del mismo modo, la fuerza de escora generada, evoluciona con coherencia.

Rumbo,  $g = 60^\circ$ ; Escora,  $s = 30^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d$ [N]	29.0147	81.0647	105.1804	84.6787	8.7009	-12.9009	11.6601
$f_s$ [N]	-20.8080	-43.5078	-77.4238	-153.9604	-133.1263	-89.2750	-37.8720
$rpm$	200.0000	431.2500	578.1250	678.1250	578.1250	453.1250	65.6250
$q$ [°]	73.4599	78.4709	80.8355	80.8355	80.8355	80.8355	45.4716
$s$ [°]	14.4775	20.7048	25.6589	30.0000	25.6589	20.7048	14.4775

Tabla 4. Valores para  $g=60^\circ$ ,  $s=30^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

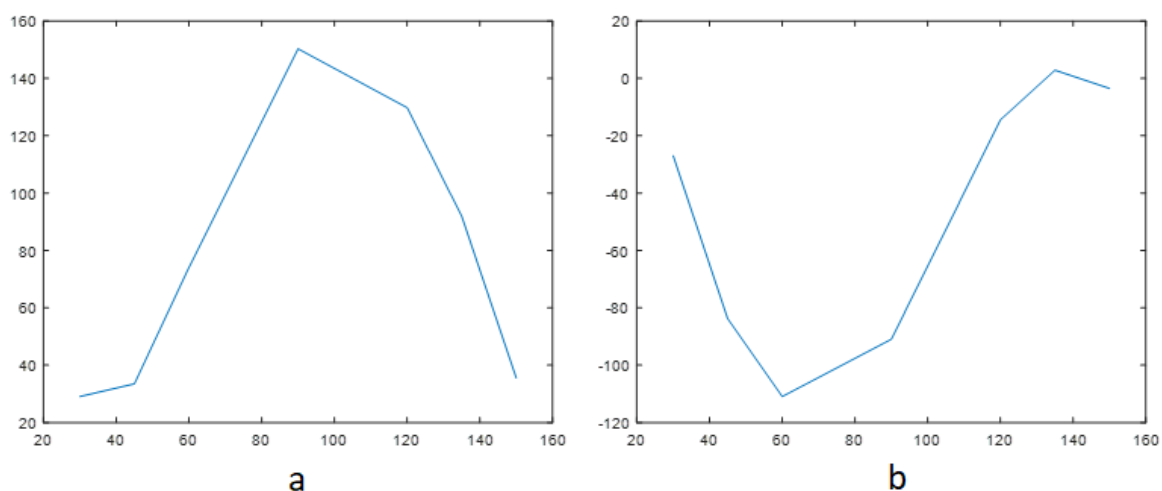


Figura 49. Para  $g=60^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

El mecanismo autorrotante comienza su parte de máxima eficiencia a partir de un valor aproximado a  $60^\circ$ , esto se deduce de los resultados positivos que se obtienen de la fuerza de arrastre, en la gran mayoría de ángulos a los que se encuentre situado el rotor con el viento.

Del mismo modo que en los casos anteriores, la fuerza de escora tiene su valor máximo para un ángulo de  $90^\circ$ .

Rumbo,  $g = 30^\circ$ ; Escora,  $s = 30^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$

	<b><i>h(grados)</i></b>						
	<b>150</b>	<b>135</b>	<b>120</b>	<b>90</b>	<b>60</b>	<b>45</b>	<b>30</b>
<b><i>f<sub>d</sub></i> [N]</b>	35.5315	91.9580	129.8008	150.3141	74.0983	33.4649	29.0340
<b><i>f<sub>s</sub></i> [N]</b>	-3.5129	2.8535	-14.4608	-90.9942	-110.9404	-83.7648	-26.9680
<b><i>rpm</i></b>	200.0000	431.2500	578.1250	678.1250	578.1250	453.1250	65.6250
<b><i>q</i> [°]</b>	73.4599	78.4709	80.8355	80.8355	80.8355	80.8355	45.4716
<b><i>s</i> [°]</b>	14.4775	20.7048	25.6589	30.0000	25.6589	20.7048	14.4775

Tabla 5. Valores para  $g=30^\circ$ ,  $s=30^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

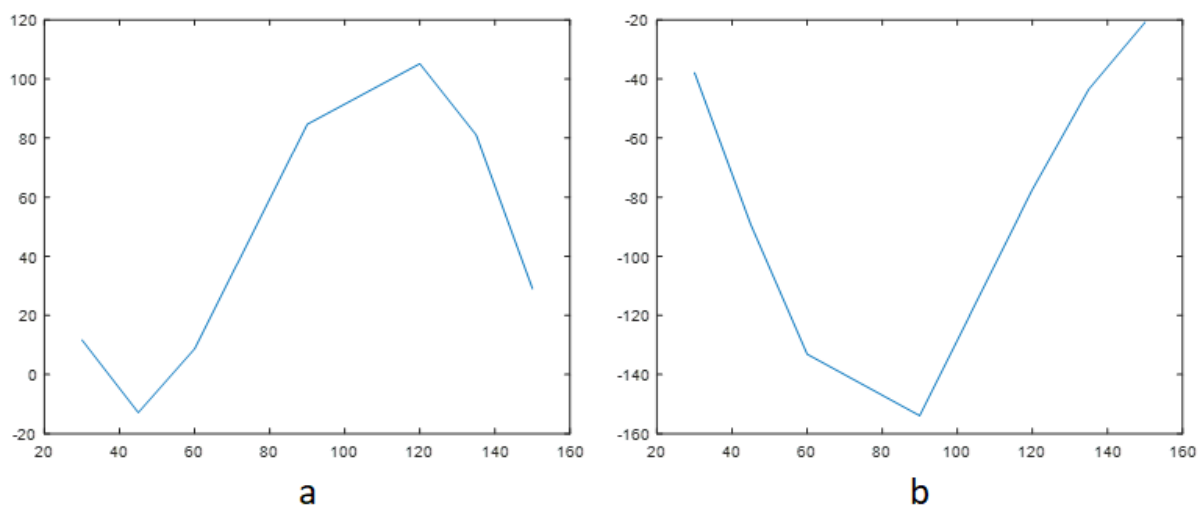


Figura 50 .Para  $g=30^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Este caso el valor de las fuerzas de empuje para cualquier ángulo formado entre el rotor y la dirección del viento, es positivo. Por lo tanto, cuando la embarcación de encuentra de través, es decir el rumbo tiene un valor de  $90^\circ$  respecto a la dirección del viento, la embarcación tendrá un avance positivo, ante cualquier ángulo  $h$ .

Rumbo,  $g = 0^\circ$ ; Escora,  $s = 30^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d [N]$	32.5277	78.2112	119.6412	175.6729	119.6412	70.8639	38.6282
$f_s [N]$	14.7235	48.4502	52.3770	-3.6463	-59.0280	-55.8100	-8.8380
$rpm$	200.0000	431.2500	578.1250	678.1250	578.1250	453.1250	65.6250
$q [^\circ]$	73.4599	78.4709	80.8355	80.8355	80.8355	80.8355	45.4716
$s [^\circ]$	14.4775	20.7048	25.6589	30.0000	25.6589	20.7048	14.4775

Tabla 6. Valores para  $g=0^\circ$ ,  $s=30^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

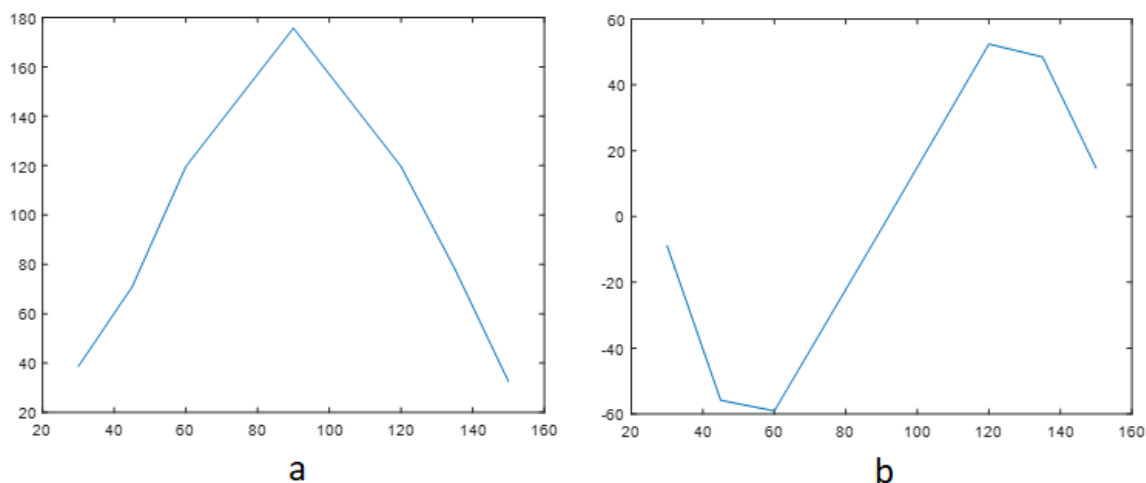


Figura 51. Para  $g=0^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Finalmente, para este primer ejemplo, se fija un rumbo, donde  $g = 0^\circ$ . Bajo estas circunstancias, el funcionamiento de la turbina es muy eficiente, ya que en todos los posibles valores de ángulos del rotor con el viento, se obtiene un valor positivo de avance.

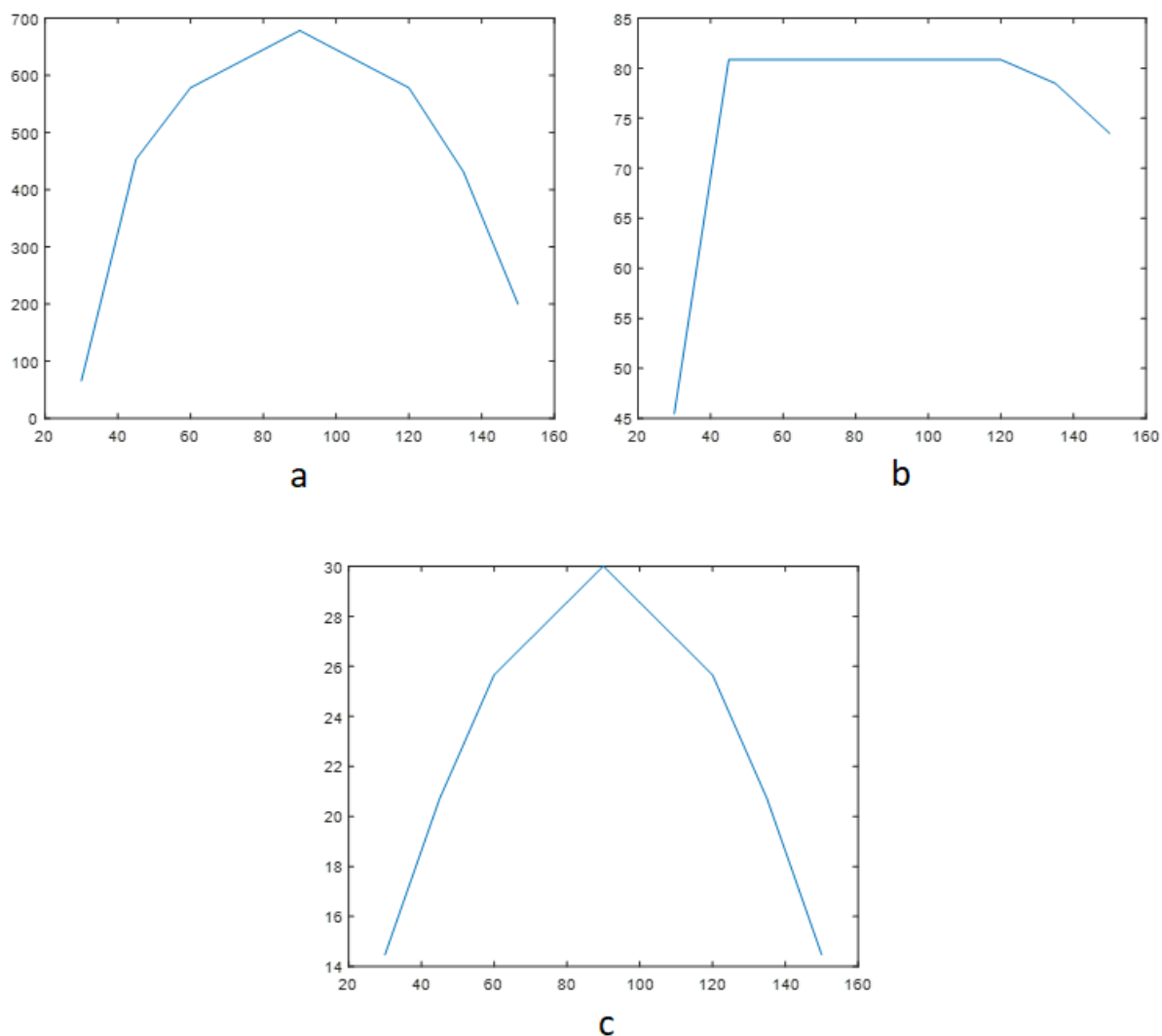


Figura 52. (a) rpm Vs ángulo de ataque,  $h$  (b) Elevación de los álabes Vs ángulo de ataque,  $h$  (c) Escora Vs ángulo de ataque,  $h$ .

(Elaboración propia)

Los tres parámetros representados gráficamente en la Figura 50 son independientes del rumbo, por lo tanto, ambas corresponden a las seis situaciones estudiadas previamente.

De estos parámetros se debe destacar el valor óptimo de escora, el cual es igual a  $30^\circ$ , y el cual se produce cuando el ángulo formado por el rotor con el viento es de  $90^\circ$ .

A continuación se fija un valor de escora igual a  $60^\circ$ , y se realiza el mismo procedimiento para distintos rumbos de la embarcación. Asimismo, el valor del ángulo de elevación de los álabes ( $q$ ), se considera a efectos prácticos de  $90^\circ$  debido a la escora casi vertical que tiene el mecanismo rotor sobre la embarcación.

Por otro lado, los valores de entrada fijados en el ejemplo anterior ( $a, b, c$ ) serán los mismos.

Rumbo,  $g = 150^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d [N]$	-2.100	-109.700	-313.800	-723.000	-623.600	-400.900	-175.700
$f_s [N]$	-201.600	-399.500	-539.000	-417.400	-2.200	104.700	99.000
$rpm$	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
$q [^\circ]$	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
$s [^\circ]$	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 7. Valores para  $g=150^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

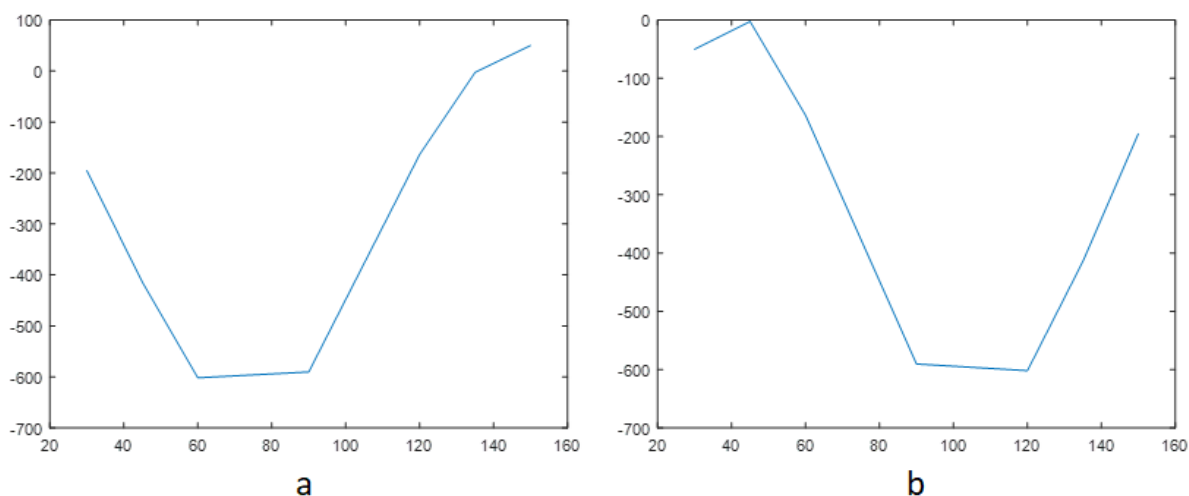


Figura 53. Para  $g=150^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Como en el modelo anterior, a pesar de tener un ángulo de escora mayor, las fuerzas de arrastre generado en la turbina autorrotante no son positivas.

Por otro lado, la fuerza de escora máxima se produce para un ángulo entre el rotor y la dirección del viento de  $120^\circ$ .

Rumbo,  $g = 135^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	50.100	-2.600	-163.600	-590.300	-601.800	-414.300	-195.300
$f_s \text{ [N]}$	-195.300	-414.300	-601.800	-590.300	-163.600	-2.600	-50.100
$\text{rpm}$	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
$q \text{ [}^\circ\text{]}$	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
$s \text{ [}^\circ\text{]}$	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 8. Valores para  $g=135^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

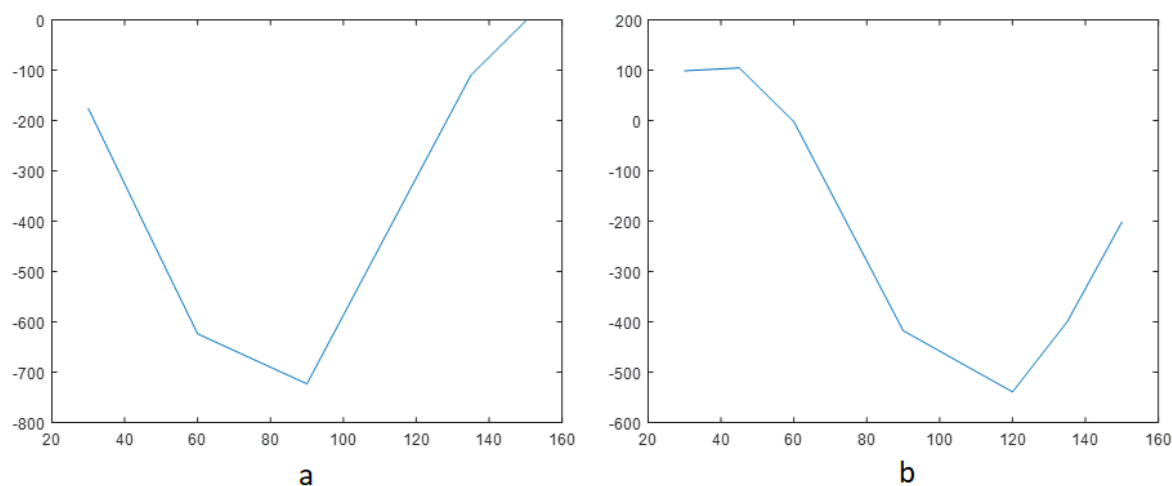


Figura 54. Para  $g=135^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Para este caso y los dos siguientes podemos observar que para elevados ángulos entre el rotor y la dirección del viento aparecen fuerzas de empuje positivas, como ya se ha comentado, a medida que se reduzca el ángulo entre el rumbo de la embarcación y la dirección del viento, se comenzaran a generar fuerzas de arrastre de valor positivo.

Rumbo,  $g = 120^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$

	<b><math>h(\text{grados})</math></b>						
	<b>150</b>	<b>135</b>	<b>120</b>	<b>90</b>	<b>60</b>	<b>45</b>	<b>30</b>
<b><math>f_d [N]</math></b>	85.800	90.00	-4.300	-370.100	-477.000	-352.220	-177.900
<b><math>f_s [N]</math></b>	-156.700	-354.700	-553.200	-641.000	-280.3	-99.500	-4.100
<b><math>rpm</math></b>	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
<b><math>q [^\circ]</math></b>	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
<b><math>s [^\circ]</math></b>	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 9. Valores para  $g=120^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

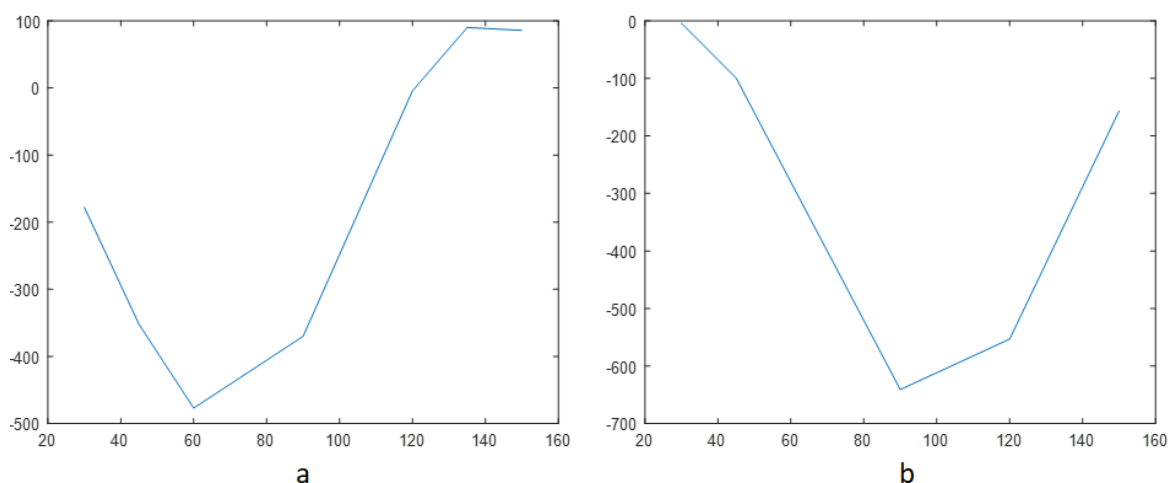


Figura 55. Para  $g=120^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)



Rumbo,  $g = 90^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	173.500	291.110	309.900	0.000	-309.900	-291.100	-173.500
$f_s \text{ [N]}$	-102.600	-294.800	-541.200	-834.8	-541.200	-294.800	-102.600
$rpm$	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
$q \text{ [}^\circ\text{]}$	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
$s \text{ [}^\circ\text{]}$	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 10. Valores para  $g=90^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

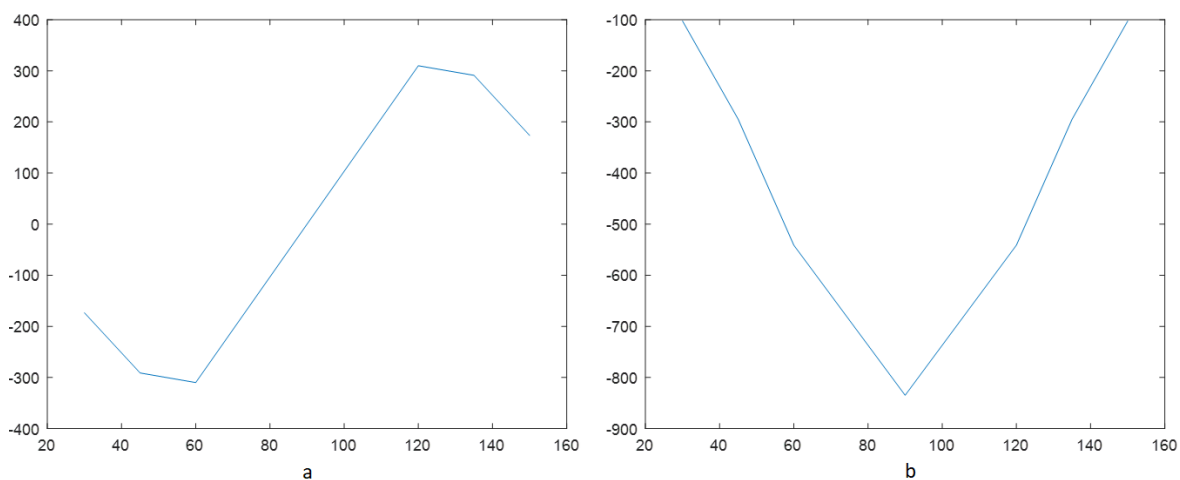


Figura 56. Para  $g=90^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Rumbo,  $g = 60^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$ :

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	201.600	399.500	539.000	417.400	2.200	-104.700	-99.000
$f_s \text{ [N]}$	-2.100	-109.700	-313.800	-723.000	-623.600	-400.900	-175.700
$rpm$	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
$q \text{ [}^\circ\text{]}$	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
$s \text{ [}^\circ\text{]}$	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 11. Valores para  $g=60^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

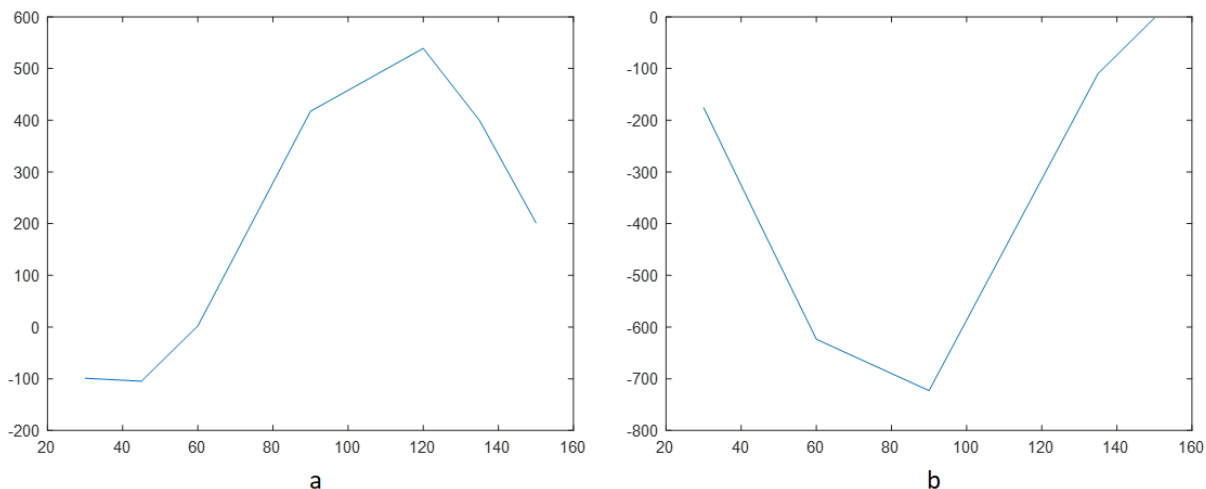


Figura 57. Para  $g=60^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Como en el modelo anterior, a partir de un rumbo  $g=60$ , la gran mayoría de fuerzas de empuje son positivas. De igual forma, el valor máximo del par de escora ejercido se produce para un ángulo del rotor con el viento igual a  $90^\circ$ .

Rumbo,  $g = 30^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	175.700	400.900	623.600	723.000	313.800	109.700	2.100
$f_s \text{ [N]}$	99.000	104.700	-2.200	-417.400	-539.000	-399.500	-201.600
$rpm$	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
$q$ [grados]	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
$s$ [grados]	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 12. Valores para  $g=30^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

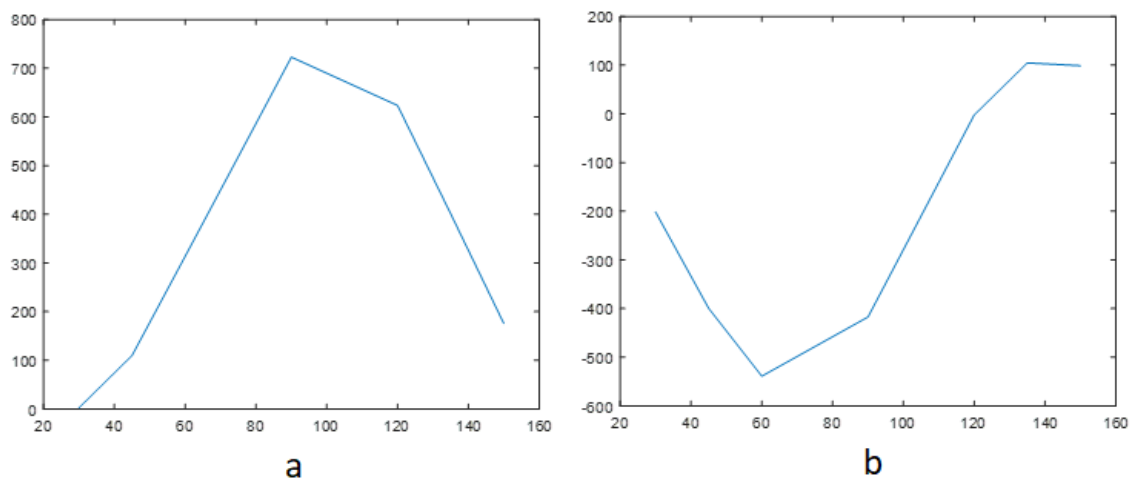


Figura 58. Para  $g=30^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

Finalmente, para este segundo ejemplo, se fija un rumbo, donde  $g$  sea  $30^\circ$  y  $0^\circ$ , respectivamente. Bajo estas circunstancias, el funcionamiento de la turbina genera una fuerza de arrastre positiva.

Rumbo,  $g = 0^\circ$ ; Escora,  $s = 60^\circ$ ; Velocidad del viento  $w = 20 \text{ m/s}$

	$h(\text{grados})$						
	150	135	120	90	60	45	30
$f_d \text{ [N]}$	102.600	294.800	541.200	834.800	541.200	294.800	102.600
$f_s \text{ [N]}$	173.500	291.100	309.900	-0.000	-309.900	-291.100	-173.500
$rpm$	600.000	856.200	1056.2	1221.900	1056.2	856.2	600.000
$q \text{ [}^\circ\text{]}$	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
$s \text{ [}^\circ\text{]}$	25.700	37.800	48.600	60.00	48.600	37.800	25.700

Tabla 13. Valores para  $g=0^\circ$ ,  $s=60^\circ$  y  $w=20 \text{ m/s}$ .

(Elaboración propia)

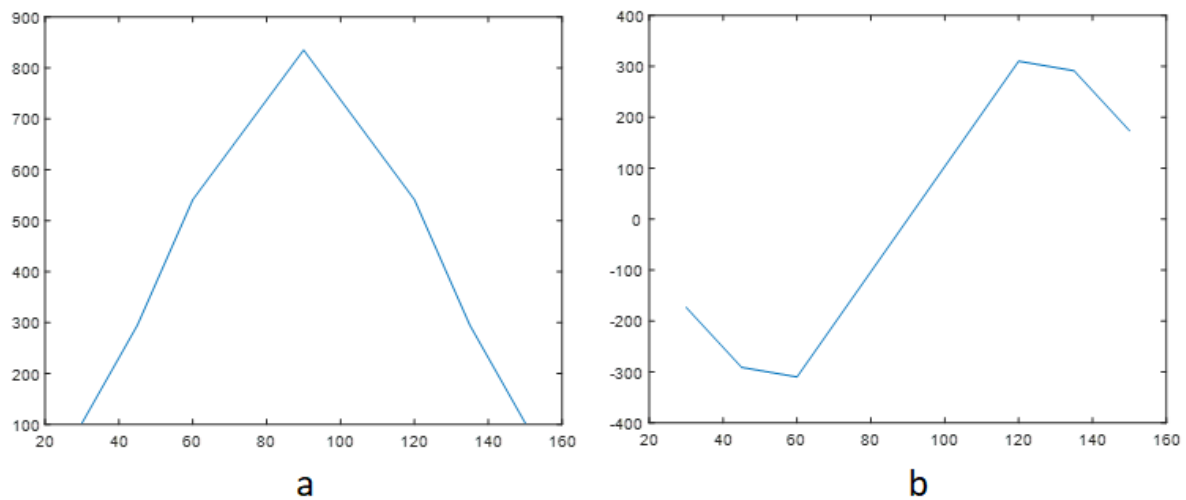


Figura 59. Para  $g=0^\circ$  (a) Fuerza drive Vs Ángulo apertura,  $h$ . (b) Fuerza side Vs Ángulo de apertura,  $h$ .

(Elaboración propia)

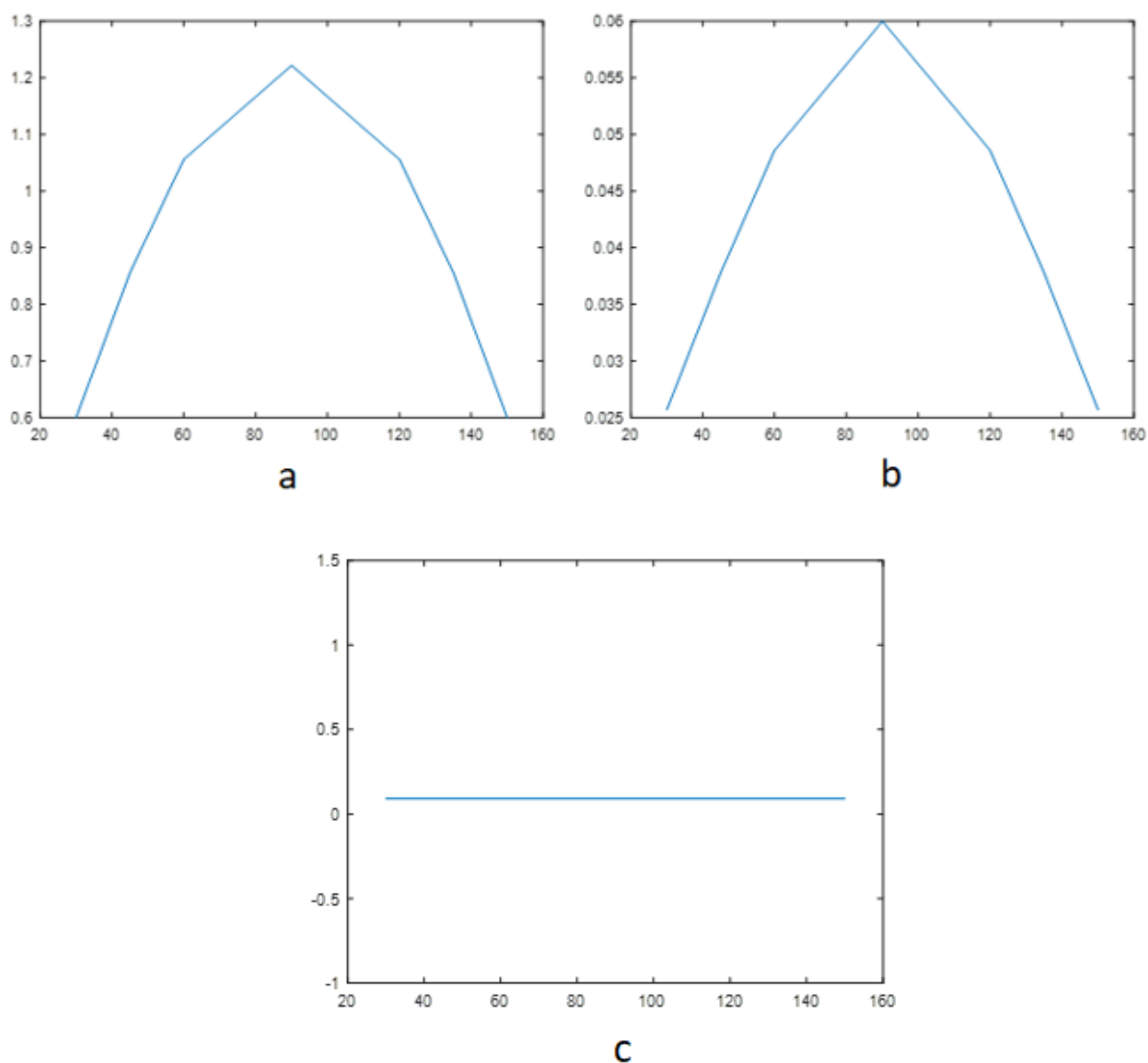


Figura 60. (a) rpm Vs ángulo de ataque,  $h$ . (b) Escora Vs ángulo de ataque,  $h$ . (c) Elevación de los álabes Vs ángulo de ataque,  $h$ .

(Elaboración propia)

Como sucedía en el caso anterior, los valores de las revoluciones por minuto, la elevación de los álabes y la escora del rotor, frente al ángulo de ataque del rotor al viento, son independientes del valor del rumbo que fijemos, por lo tanto, ambas gráficas son válidas para cualquier rumbo bajo las características fijadas.

Además, el ángulo de elevación de los álabes del rotor, se ha considerado a efectos prácticos como noventa grados. Sin embargo, se debe destacar que en la realidad si sufriría una pequeña variación, menor que en el ejemplo anterior, debido que en este caso

tenemos un ángulo de escora mayor, pero habría que tener en cuenta que no sería constante.

Finalmente, en la Figura 61, se representa gráficamente la variación del torque, en Newtons frente al aumento de las revoluciones por minuto a las que se podría encontrar el mecanismo rotor del estudio. Esta evaluación se realiza para un ángulo de elevación, 'pitch' ( $p$ ), en grados, comprendido entre cero y nueve grados, es decir,  $0 < p < 9$ .

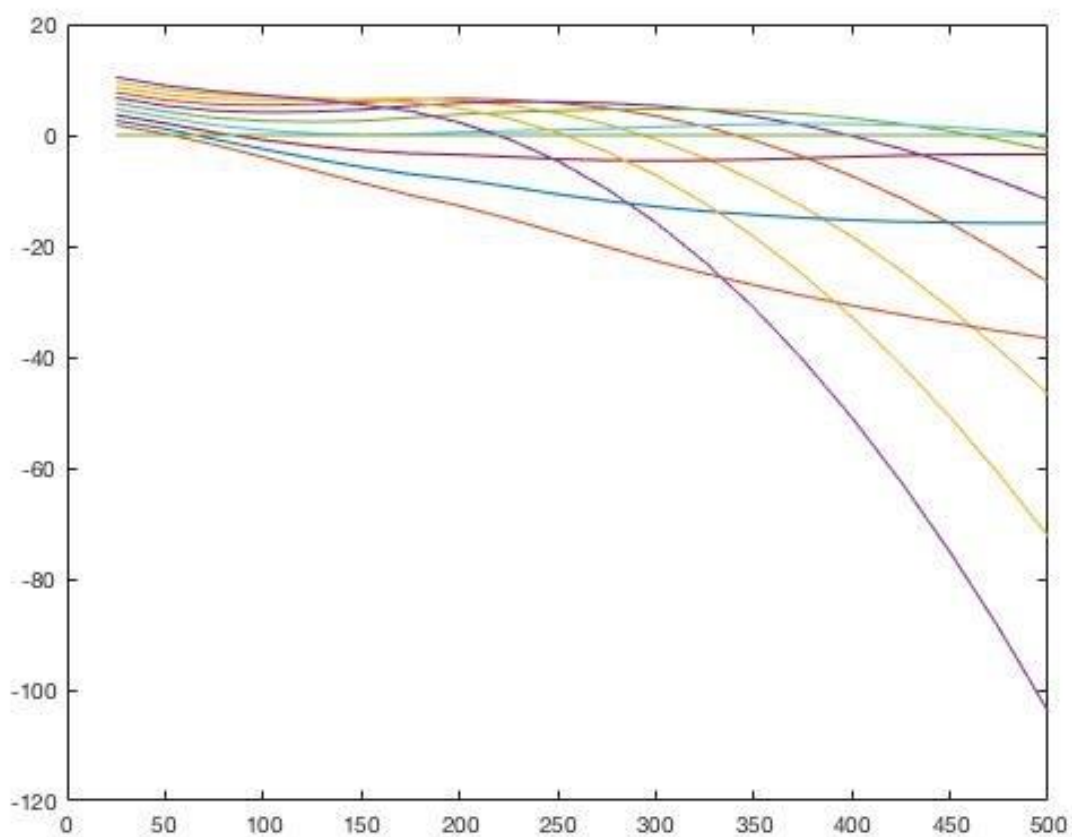


Figura 61. Par de fuerzas generada Vs Revoluciones por minuto del rotor.

(Elaboración propia)

Asimismo, podemos observar que la línea verde graficada en la Figura 61 representa el estado de funcionamiento del rotor, bajo el fenómeno de autorrotación, es decir, con un par de fuerzas generadas o torque, nulo.

## CAPITULO 6: CONCLUSIONES

En el presente estudio se ha verificado la posible propulsión de un prototipo de barco mediante un rotor autorrotante.

Para ello, se ha conseguido implementar mediante la herramienta de software matemático, MATLAB, el modelo aerodinámico propuesto a partir de las características de un rotor concreto.

Asimismo, se ha cumplido el principal objetivo de este estudio. Se han tabulado para las características de un rotor concreto, los valores de los ángulos de escora, ángulos de ataque del rotor con el viento, la correspondiente fuerza de empuje o 'drive', y la fuerza correspondiente al par de escora o 'side' que genera el rotor, en función de la velocidad del viento y el rumbo de la embarcación.

A partir de estos resultados obtenidos, podemos corroborar el funcionamiento de este tipo de propulsión eólica, siendo este, más eficiente cuanto más se cierre el ángulo de ceñida de la embarcación.

Por otro lado, con los datos obtenidos, se comprueba que para las dos situaciones propuestas, la primera de ellas con una escora de 30° y la segunda de 60°, que el valor de la fuerza de empuje comienza a ser positiva en todos los ángulos de ataque del rotor con el viento, para rumbos de 30° y 0°.

En los otros casos, cuando la embarcación se encuentra con un rumbo de aleta, la fuerza de empuje es negativa, siendo nulo el avance de la embarcación. Por lo tanto, como se ha dicho, esta fuerza aumentará progresivamente a medida que se disminuya el ángulo formado entre la dirección de la corriente de aire y el rumbo de la embarcación.





## REFERENCIAS

- A. Oliveira, J. (30 de Junio de 2014). Buques arrastrados por cometas. *BBC Skysails*. Obtenido de <https://vadebarcos.net/2014/06/30/buques-arrastrados-cometas-bbc-beluga-skysails/>
- Airfoil Tools. (s.f.). *Web de datos y geometrías de perfiles alares de diferente índole*. Obtenido de <http://airfoiltools.com/>
- Anderson, J. (2001). *Fundamentals of Aerodynamics, Third Edition*. Mc Graw Hill.
- Batchelor, G. (1967). *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge: Cambridge University.
- Carmelo. (10 de Abril de 2012). *El autogiro*. Obtenido de <https://tecnoblogueando.blogspot.com.es/2012/04/el-autogiro.html>
- Chales Dalton. (s.f.). *Fundamentals of vortex induced vibrations*.
- Chica Bertol, A. (2012). *Estudio sobre el método de propulsión mediante rotores Flettner*. Barcelona: Universidad Politecnica de Catalunya.
- Dadd, G. M. (2013). *Kite dynamics for ship propulsion, Doctoral Thesis*. Southampton: University of Southampton.
- Daerrieus wind turbine. (1 de Enero de 2017). *Wikipedia*. Obtenido de [https://en.wikipedia.org/wiki/Darrieus\\_wind\\_turbine](https://en.wikipedia.org/wiki/Darrieus_wind_turbine)
- DEVELOPMENT, U. N. (2017). REVIEW OF MARITIME TRANSPORT.
- Díaz Janeiro, M. (2014). *marcosdiazjaneiro web site*. Obtenido de <http://marcosdiazjaneiro.com/es/las-velas-y-los-buques-de-transporte-maritimo-una-solucion-de-eficacia/>
- Eskenazi Agustina, L., Mela Oscorio Juan Pablo, L., Ignacio, A. J., & Legajo. (2015). *Generador Eólico Vertical*. Buenos Aires : Instituto Tecnológico de Buenos Aires.
- Exxon Mobile Corporation. (2017). *The outlook for energy: A view to 2040*. Irving, Texas.
- Franco García, Á. (2016). *MatlabWorks*. Obtenido de <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/datos/viento/estadistica.html>

- Gómez García, V. (2015). *Estudio computacional de una turbina eólica de eje vertical H-Darrieus con perfiles NACA 4518*. Valladolid: Universidad de Valladolid .
- Hargreaves, David and Kakimpa, & Bruce and Owen. (2014). The computational fluid dynamics modelling of the autorotation of square, flat plates. *Journal of Fluids and Structures*, 46, 111-133.
- Iliia K. Marchevsky, & Valeria V. Puzikova. (2017). Numerical Simulation of Wind Turbine Rotors Autorotation by. *International Journal of Rotating Machinery*, 7.
- Instituto Aeronáutico, U. (2002). *Apunte de la materia aeronáutica general*. Córdoba.
- International Chamber of Shipping. (26 de Abril de 2018). *International Chamber of Shipping web site*. Obtenido de <http://www.ics-shipping.org/>
- J.F. Wellicome. (1985). Some Comments on the Relative Merits of Various Wind Propulsion Devices. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 20, 111-142.
- L.Talluri, D.K.Nalianda, K.G.Kyprianidis, T.Nikolaidis, & P.Pilidis. (2016). Techno Economic and environmental assessment of wind marine propulsion systems. *Ocean Engineering*, 121, 301-3011.
- Martín Domingo, A. (2012). *Mecánica de Fluidos*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Martinez Cid, C. (2017). *Viabilidad de la instalacion de Energía Mini eólica en una embarcación de recreo*. Barcelona: Universidad Politecnica de Catalunya.
- Miguel Arbej. (2014). *Estudio del comportamiento del flujo bifásico Liquido-Liquido en uniones de tuberías tipo YEE mediante técnicas de dinámica de fluido computacional*. Dirección de Investigación y Postgrado Unexpo.
- Organización Marítima Internacional. (13 de Abril de 2018). *Organización Marítima Internacional web site*. Obtenido de <http://www.imo.org/es/MediaCentre/PressBriefings/Paginas/06GHGinitialstrategy.aspx>
- P.J. Richards. (1997). The effect of wind profile and twist on downwind sail performance. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 313-321.

- Pedroza García, M. A. (2013). *Perfiles aerodinámicos*. México: Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería Campus Guanajuato.
- Portillo, G. (21 de Junio de 2017). *Renovables verdes*. Obtenido de <https://www.renovablesverdes.com/aerogeneradores-verticales/>
- Puertos del Estado, A. E. (2017). *Puertos del Estado*. Obtenido de <http://www.puertos.es>
- REUK. (2018). *The Renewable Energy Website*. Obtenido de REUK.co.uk: <http://www.reuk.co.uk/wordpress/wind/giromill-darrieus-wind-turbines/>
- SCT, S. d. (s.f.). *SCT*. Obtenido de [http://www.sct.gob.mx/fileadmin/CGPMM/U\\_DGMM/DERROTERO/OPERATIVOS/umbrales.pdf](http://www.sct.gob.mx/fileadmin/CGPMM/U_DGMM/DERROTERO/OPERATIVOS/umbrales.pdf)
- Secretaria de comunicaciones y transportes, S. (s.f.). *Secretaria de comunicaciones y transportes*. Obtenido de [http://www.sct.gob.mx/fileadmin/CGPMM/U\\_DGMM/DERROTERO/OPERATIVOS/umbrales.pdf](http://www.sct.gob.mx/fileadmin/CGPMM/U_DGMM/DERROTERO/OPERATIVOS/umbrales.pdf)
- Suau de Castro, M. (2014). *Diseño y construcción de un mini-turbina eólica*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Talluri, L., & D.K. Nalianda, E. G. (2018). Techno economic and environmental assessment of Flettner rotors for marine propulsion. *Ocean Engineering*, 154, 1-15.
- United Nations. (2017). Review of Maritime Transport. *United Nations Conference on Trade and Development*. New York and Geneva.
- VentDepot. (1996). *VentDepot*. Obtenido de <http://www.VentDepot.com>
- Wiesbaden. (1989). *Kleine Windrader: Berechnung u. Konstruktion*. Berlin: Bauverlag; ISBN 3-7625-2700-8.
- Wittwer, A. R., Möller, S. V., & Natalini, M. B. (s.f.). *Análisis experimental del desprendimiento de vórtices de Kármán*. Brasil: Universidad do Rio Grande do Sul.
- Yu-Jen Chen, Y. (7 Mayo 2016). Experiments on the performance of small horizontal axis wind turbine with passive pitch control by disk pulley. *energies*, 9-353.





## TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería de la Energía

# **ESTUDIO DE LA PROPULSIÓN DE UN PROTOTIPO DE BARCO MEDIANTE UNA TURBINA AUTORROTANTE**



DOCUMENTO

## Anexo 01. PROGRAMACIÓN

Autor:	Pazo Rodríguez, María
Director:	Buenestado Caballero, Pablo
Departamento	MA III
Co-Director:	Puerta Coll, Francisco Javier
Convocatoria:	Junio 2018



## ANEXO 01

## PROGRAMACIÓN

En primer lugar comenzaremos introduciendo el valor de los parámetros de la característica del rotor de estudio conocido.

El par lo definimos en un Script donde se describirán más datos empleados en el modelo aerodinámico. Este parámetro se determina como:

```
par=[a b c p q w]
```

Por otro lado, definimos el valor del ángulo de posición del álabe ( $r$ ), el ángulo de escora de la turbina ( $s$ ), y el ángulo de elevación del álabe ( $q$ ). Estos parámetros como se ha descrito en secciones anteriores, le dan valor a las componentes tangencial, radial y trasversal que conforman el triedro de rotación ( $u_{1rsq}, u_{2rsq}, u_{3rsq}$ ).

```
function y = U(par,r)
q=par(5)*pi/180;
s=par(6)*pi/180;
r=r*pi/180;
cs=cos(s);
ss=sin(s);
cr=cos(r);
sr=sin(r);
cq=cos(q);
sq=sin(q);
y=[cs*cr -cs*sr*cq+ss*sq;
sr cr*cq;
-ss*cr ss*sr*cq+cs*sq];
end
```

Una vez definida la función anterior, especificamos la función de la velocidad del viento relativo que atraviesa la sección del álabe.

```
function y = V(par,r,r1,w,z)
```

```
q=par(5)*pi/180;
s=par(6)*pi/180;
r=r*pi/180;
r1=r1*pi/30;
a=par(1);
cs=cos(s);
ss=sin(s);
cr=cos(r);
sr=sin(r);
cq=cos(q);
sq=sin(q);
y=[-sq*z*r1+cs*cr*w-a*r1-cq*cs*sr*w+ss*squ ];
end
```

Como se ha indicado anteriormente los coeficientes de arrastre y resistencia varían en función del ángulo de ataque ( $\alpha$ ), por lo tanto, previamente, se describe la siguiente función:

```
function y = alpha(par,r,r1,w,z)
flex=1;
Vec=V(par,r,r1,w,z);
Vm=norm(Vec,2);
pz=par(4)*pi/180;
if Vm==0 y=0; else
    if Vec(2)>0 y=flex*(pi-pz-acos(Vec(1)/Vm))*180/pi+0;
    else y=flex*(pi-pz+acos(Vec(1)/Vm))*180/pi+0;
end
end
end
```

A continuación, para poder realizar el cálculo del par de fuerzas generado en la turbina y la fuerza de arrastre generada, se definirán previamente las funciones que rigen a los coeficientes adimensionales de arrastre o "Lift" y resistencia o "Drag".

- COEFICIENTE DE ARRASTRE (LIFT)

```
function y = Cl(A,x,v)
if v<50 n=2; else n=4; end;
```



```
while x<0 x=360+x;end
if x<=180
    y=interp1(A(:,1),A(:,n),x);
else
    y=-interp1(A(:,1),A(:,n),360-x);
end
end
```

- COEFICIENTE DE RESISTENCIA (DRAG)

```
function y = Cd(A,x,v)
if v<50 n=3; else n=5; end;
while x<0 x=360+x;end
if x<=180
    y=interp1(A(:,1),A(:,n),x);
else
    y=interp1(A(:,1),A(:,n),360-x);
end
end
```

A partir de estos valores, damos paso al cálculo de las componentes de la fuerza resultante  $f_{zrq}$ , es decir,  $F_{1zrq}$  y  $F_{2zrq}$ .

- Componente  $F_{1zrq}$

```
function y = F1zrq(par,LD,rho,ind,r,r1,w,z)
induccio=0*ind;
Vec=V(par,r,r1,w,z);
Vm=norm(Vec,2);
al=alpha(par,r,r1,w,z);
CD=Cd(LD,al,Vm);
CL=Cl(LD,al,Vm);
y=rho*(Vec(1)*(CD+induccio*CL^2)+Vec(2)*CL)*Vm*par(3)/2 ;
end
```

- Componente  $F_{2zrq}$

```
function y = F2zrq(par,LD,rho,ind,r,r1,w,z)
induccio=0*ind;
Vec=V(par,r,r1,w,z);
Vm=norm(Vec,2);
al=alpha(par,r,r1,w,z);
CD=Cd(LD,al,Vm);
CL=Cl(LD,al,Vm);
y=rho*(Vec(2)*(CD+induccio*CL^2)-Vec(1)*CL)*Vm*par(3)/2;
end
```

Nos ayudaremos de las expresiones anteriores para calcular el par de fuerzas que se ejerce sobre el eje de nuestra turbina ( $M_r$ ). Por lo tanto el torque generado para todas las secciones del alabe, se describe bajo la función:

```
function y = Mr(par,LD,rho,ind,r,r1,w)
n=20;
q=par(5)*pi/180;
a=par(1);
b=par(2);
h=b/n;
I1=0;
for k=1:1:n-1
    z1=h*k;
    T1=(a+z1*sin(q))*F1zrq(par,LD,rho,ind,r,r1,w,z1);
    I1=I1+T1*h;
end;
T0=a*F1zrq(par,LD,rho,ind,r,r1,w,0);
Tn=(a+b*sin(q))*F1zrq(par,LD,rho,ind,r,r1,w,b);
I1=I1+(M0+Mn)*h/2;
y=I1;
end
```

A continuación se describe la función promedio de  $M_r$  alrededor de un ciclo, de tal forma que al parámetro lo denominamos como  $M$ .

```
function y = M(par,LD,rho,r1,w)
n=360;
```

```

h=360/n;
ind=par(3)/pi*1.2*par(2);
I1=0;
for k=1:1:n-1
    r0=k*h;
    M1=Mr(par,LD,rho,ind,r0,r1,w);
    I1=I1+M1*h;
end
M0=Mr(par,LD,rho,ind,0,r1,w);
Mn=Mr(par,LD,rho,ind,360,r1,w);
I1=I1+(M0+Mn)*h/2;
y=I1/360;
end

```

De forma similar al procedimiento que se ha llevado a cabo para el cálculo del par de fuerzas generado en el álabe a lo largo de un ciclo, se calcula ahora el valor de los vectores de la fuerza de arrastre para todas las secciones del álabe ( $F_r$ ), empleando el método de los trapecios.

```

function y = Fr(par,LD,rho,c,p,ind,G,r,r1,w)
n=10;
Ur=U(par,r);
b=par(2);
h=b/n;
I1=[0 ;0];
for k=1:1:n-1
    z1=h*k;
    F1=[F1zrq(par,LD,rho,c,p,ind,r,r1,w,z1);
        F2zrq(par,LD,rho,c,p,ind,r,r1,w,z1)];
    I1=I1+G(z1)*h*F1;
end
F0=[F1zrq(par,LD,rho,c,p,ind,r,r1,w,0);F2zrq(par,LD,rho,c,p,ind,r,r1,w,0)];
Fn=[F1zrq(par,LD,rho,c,p,ind,r,r1,w,b);
    F2zrq(par,LD,rho,c,p,ind,r,r1,w,b)];
I1=I1+(F0*G(0)+Fn*G(b))*h/2;
y=Ur*I1;
end

```

Del mismo modo, la función promedio de  $F_r$  a lo largo de un ciclo ( $F$ ), se describe de la siguiente forma:

```
function y = F(par,LD,rho,r1,w)
n=360;
h=360/n;
ind=(c(0)+c(par(2)/pi*1.2*par(2));
I1=[0;0;0];
for k=1:1:n-1
    r0=k*h;
    F1=Fr(par,LD,rho,c,p,ind,G,r0,r1,w);
    I1=I1+F1*h;
end;
F0=Fr(par,LD,rho,c,p,ind,G,0,r1,w);
F1=Fr(par,LD,rho,c,p,ind,G,360,r1,w);
I1=I1+(F0+F1)*h/2;
y=I1/360
end
```

Una vez calculada la fuerza resultante total, calculamos el valor de  $\dot{r}$ , parámetro definido como la velocidad angular en equilibrio. Debido a que el estudio se realiza teniendo en cuenta el principio del autogiro, se obtiene el valor de la velocidad angular para un toque nulo. Para ello utilizamos el siguiente algoritmo:

```
function y = rev(par,LD,rho,R,r1,w)
pas=100;
e=.01;
y=r1;
M1=M(par,LD,rho,y,w)-R(y);
t=0;
while (abs(T1)>e) & (t<80)
    t=t+1;
    y=y+pas;
    M2=M(par,LD,rho,y,w)-R(y);
    if (M2-M1)*T2>0 pas=-pas/2; end
    M1=M2;
end
```

```
%[t pas M1]
end
```

El Script empleado para el desarrollo de los ejemplos propuestos en este estudio, se describe a continuación.

```
function y = Fds(par,LD,rho,R,r1,w,h,g)
massa=2;
radi=1;
sm=par(6)*pi/180;
g1=g*pi/180
m=size(h);
n=m(2);
for k=1:1:n
    h0=h(k)*pi/180;
    e1=sin(sm)*sin(h0);
    e2=-sin(sm)*cos(h0);
    e3=cos(sm);
    s0=asin(e1);
    par(6)=s0*180/pi
    t0=atan(-e2/e3);
    Rt=[1 0 0;0 cos(t0) -sin(t0); 0 sin(t0) cos(t0)];
    r1=rev(par,LD,rho,R,r1,w)
    F0=F(par,LD,rho,r1,w)
    Fc=[sin(s0) 0 cos(s0)]*F0
    q=atan(2*massa*radi*r1^2/(886*Fc))*180/pi
    while abs(q-par(5))>1
        par(5)=q
        r1=rev(par,LD,rho,R,r1,w)
        F0=F(par,LD,rho,r1,w)
        q=atan(2*massa*radi*r1^2/(886*[sin(s0) 0
cos(s0)]*F0))*180/pi
    end;
    Fm=Rt*F0
    y(1,k)=Fm(1)*cos(g1)+Fm(2)*sin(g1)
    y(2,k)=-Fm(1)*sin(g1)+Fm(2)*cos(g1)
    y(3,k)=r0
    y(4,k)=par(5)
    y(5,k)=par(6)
end;
end
```